

УДК 621.717

М.Н. Сорокин, д.т.н., проф., **Д.А. Сазонов**, ст. преп., Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ)

e-mail: das317@yandex.ru

Получение структуры множества путей комплектования при селективной сборке изделий типа «подшипник»

Получено выражение для уравнения сопряжения в номерах селективных интервалов сопрягаемых параметров. Определена структура множества путей комплектования при селективной сборке изделий типа «подшипник».

Ключевые слова: селективная сборка, задача комплектования.

M.N. Sorokin, D.A. Sazonov

The Structure of the Many Ways of Matching in Selective Assembly Products Such as "Bearing"

The formula for the equation of connection in selectivity intervals indexes is obtained. The structure of matching ways array for selective assembling products such as «bearing» is obtained.

Keywords: selective assembly, matching problem.

Определим изделие типа «подшипник» как изделие, имеющее 4-хзвенную размерную цепь. Понятие 4-хзвенной размерной цепи используется в машиностроении в теории точности и функциональной взаимозаменяемости [1]. Также, в последнее время, в технической литературе часто используют такие понятия, как уравнение сопряжения, сопрягаемый параметр, параметр сопряжения, 3-х параметрическое сопряжение, 3-х параметрическая задача комплектования [2]. Метод решения уравнения сопряжения определяет вид сборки изделий. Если для решения уравнения сопряжения применяется метод групповой или межгрупповой взаимозаменяемости, то мы имеем селективную сборку изделий.

Селективная сборка изделий получила научное обоснование, когда в середине 70-х годов прошлого века был предложен метод межгрупповой взаимозаменяемости и задача комплектования, задача получения максимального количества сборочных комплектов, была представлена как задача Монжа-Канторовича с индикаторной функцией стоимости.

Основные научные результаты по селективной сборке изделий с использованием метода межгрупповой взаимозаменяемости были получены в работе [3].

В статье [4] задача комплектования при селективной сборке изделий типа «подшипник» была сформулирована как задача Монжа-Канторовича.

В данной статье уравнение сопряжения предлагается рассматривать в виде уравнения в числовых индексах, определяющих номера селективных интервалов сопрягаемых параметров, или в номерах селективных интервалов сопрягаемых параметров, а также определена структура множества путей комплектования, что позволяет разработать эвристические методы решения задачи комплектования.

Введем необходимые обозначения:

- x_i - сопрягаемый параметр и его значение, $i = \overline{1,3}$,
- δx_i - поле допуска сопрягаемого параметра x_i , $\delta x_i = [-1,+1]$,
- ξ_i - случайная величина, принимающая значение x_i сопрягаемого параметра и определенная на отрезке $[-1,+1]$.
- $f_i(x_i)$ - функция распределения плотности вероятностей случайной величины ξ_i ,
- y - параметр сопряжения и его значение,
- $y = x_1 + x_2 + x_3$ - уравнение сопряжения, (1)
- δy - поле допуска параметра сопряжения, $\delta y = [-3,+3]$,
- η - случайная величина, принимающая значения y параметра сопряжения и определенная на отрезке $[-3,+3]$,
- $\varphi(y)$ - функция распределения случайной величины η ,
- $f(x_1, x_2, x_3)$ - функция распределения случайной величины $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$, являющаяся решением задачи комплектования.

Покажем, что уравнение сопряжения (1) можно записать в номерах селективных интервалов сопрягаемых параметров.

Разобьем поле допуска δx_i сопрягаемого параметра, отрезок $[-1,+1]$, на нечетное число $n = 2m+1$ селективных интервалов одинаковой длины Δ ,

$$\Delta = \frac{2}{n} = \frac{2}{2m+1},$$

где m - произвольное целое положительное число.

Значения x_i сопрягаемого параметра в точках деления отрезка обозначим $x_{ij_i}, j_i = \overline{0, n}$.

Индекс j_i определяет и номер селективного интервала, $j_i = \overline{1, n}$.

Для j_i -го селективного интервала $[x_{ij_{i-1}}, x_{ij_i}]$ определим значение \bar{x}_{ij_i} как

$$\bar{x}_{ij_i} = \frac{x_{ij_{i-1}} + x_{ij_i}}{2}, \quad j_i = \overline{1, n}.$$

Индекс j_i определяет последовательную нумерацию селективных интервалов и значений x_{ij_i}, \bar{x}_{ij_i} .

Чтобы не вводить новых обозначений для индексов, будем считать в дальнейшем, что индекс j_i определяет и симметричную нумерацию селективных интервалов и значений $\bar{x}_{ij_i}, j_i = \overline{-m, m}$.

Если дискретная функция распределения $\bar{f}_i(x_i)$ принимает значения \bar{x}_{ij_i} , т.е. $\bar{f}_i(\bar{x}_{ij_i})$, то дискретная функция распределения $\bar{\varphi}(y)$ примет значения y_k , т.е. $\bar{\varphi}(y_k)$.

Значения y_k могут быть получены из уравнения сопряжения (1),

$$y_k = \bar{x}_{1j_1} + \bar{x}_{2j_2} + \bar{x}_{3j_3}, \quad j_i = \overline{-m, m}, \quad k = \overline{-3m, 3m}. \quad (2)$$

Так как для номеров селективных интервалов сопрягаемых параметров и номеров интервалов параметра сопряжения принята симметричная нумерация, то уравнение сопряжения (2) можно записать в номерах селективных интервалов сопрягаемых параметров и интервалов параметра сопряжения,

$$j_1 + j_2 + j_3 = k, \quad j_i = \overline{-m, m}, \quad k = \overline{-3m, 3m}. \quad (3)$$

При этом поле допуска δy параметра сопряжения можно разбить на $3n$ интервалов одинаковой длины Δ .

Очевидно, что $y_{-3m} = -3 + \frac{3}{2}\Delta, y_0 = 0, y_{3m} = 3 - \frac{3}{2}\Delta$.

Если значения x_i сопрягаемого параметра принадлежат селективному интервалу $[x_{ij_{i-1}}, x_{ij_i}]$, то значения y параметра сопряжения будут принадлежать интервалу $[y_k - \frac{3}{2}\Delta, y_k + \frac{3}{2}\Delta]$ при условии выполнения

уравнения сопряжения (3). Поле допуска δy параметра сопряжения, отрезок $[-3, +3]$, в этом случае разобьется на $3n-2$ отрезков

$[y_k - 3/2 \Delta, y_k + 3/2 \Delta]$, которые будут иметь пересечения.

Использование симметричной нумерации для обозначения номеров селективных интервалов сопрягаемых параметров при изучении 3-х параметрической задачи комплектования дает возможность понять структуру множества путей комплектования.

Симметричной нумерацией селективных интервалов для 3-х параметрической задачи комплектования пользуются при сборке подшипников [5].

Кроме того, в пользу введения симметричной нумерации говорит и тот факт, что теория селективной сборки разрабатывается для относительной нормированной системы полей допусков [3], которая является симметричной и в которой отклонения от номинальных значений сопрягаемых параметров могут принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Рассмотрим структуру множества путей комплектования S дискретной задачи комплектования при селективной сборке изделий типа «подшипник».

Пусть решением непрерывной задачи комплектования является функция $f(x_1, x_2, x_3)$.

При дискретизации функции распределения $f(x_1, x_2, x_3)$ в качестве значений, которые принимает дискретная функция распределения $\bar{f}(x_1, x_2, x_3)$, возьмем значения $\bar{x}_{1j_1}, \bar{x}_{2j_2}, \bar{x}_{3j_3}$, т.е. получим дискретную функцию распределения $\bar{f}(\bar{x}_{1j_1}, \bar{x}_{2j_2}, \bar{x}_{3j_3})$. Совокупность значений $(\bar{x}_{1j_1}, \bar{x}_{2j_2}, \bar{x}_{3j_3})$ определяет точку $M(\bar{x}_{1j_1}, \bar{x}_{2j_2}, \bar{x}_{3j_3})$ в 3-х мерном поле допуска сопрягаемых параметров, а именно в 3-х мерном селективном интервале. Выберем совокупность точек M , для которых при фиксированном значении k выполняется условие (3).

Эти точки обозначим $M_k(\bar{x}_{1j_1}, \bar{x}_{2j_2}, \bar{x}_{3j_3})$. Через точки $M_k(\bar{x}_{1j_1}, \bar{x}_{2j_2}, \bar{x}_{3j_3})$ проведем плоскость P_k , которая пересечет грани куба, ограничивающего 3-х мерное поле допуска сопрягаемых параметров (см. рисунок 1).

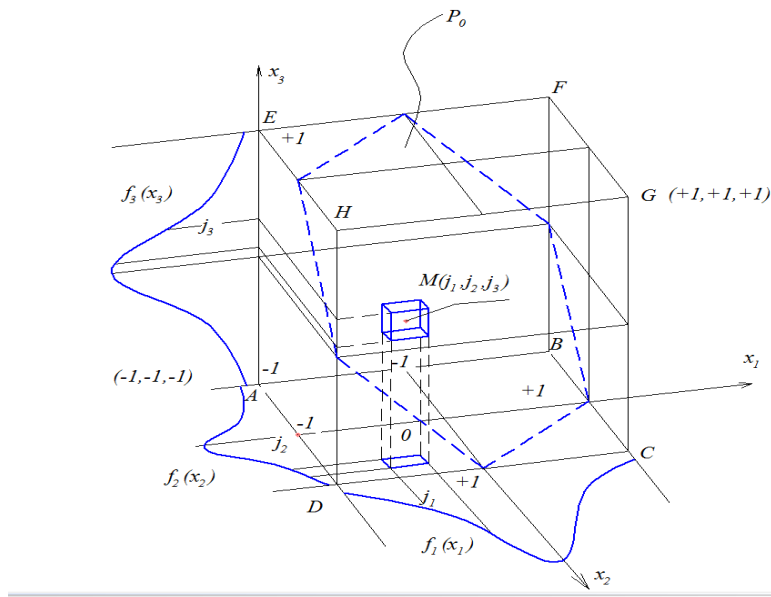


Рис. 1. 3-хмерное поле допуска сопрягаемых параметров x_i

В плоскости, находящейся внутри куба, будут находиться все точки $M_k(\bar{x}_{1j_1}, \bar{x}_{2j_2}, \bar{x}_{3j_3})$, для которых будет выполняться условие (3) для фиксированного значения k .

Точки $M_k(\bar{x}_{1j_1}, \bar{x}_{2j_2}, \bar{x}_{3j_3})$ также определяют и путь комплектования $s_k(j_1, j_2, j_3)$. Совокупность путей комплектования $s_k(j_1, j_2, j_3)$ при фиксированном значении k определяет множество путей комплектования $S_k, k = \overline{-3m, 3m}$.

Общее число множеств S_k задачи комплектования обозначим $K, K=6m+1$.

Общее число путей комплектования для задачи комплектования обозначим $N, N = n^3$.

Число путей комплектования, образующих множество S_k , обозначим N_k ,

$$N = \sum_{k=-3m}^{3m} N_k.$$

Для рассматриваемой задачи комплектования очевидно, что $N_k = N_{-k}$.

Обозначим \tilde{S}_k расширенное множество путей комплектования, образованное при объединении множеств S_l , причем l принимает значения от $-k$ до $+k$, т.е.

$$\tilde{S}_k = \bigcup_{l=-k}^{+k} S_l.$$

Число путей комплектования, образующих множество \tilde{S}_k , обозначим \tilde{N}_k ,

$$\tilde{N}_k = \sum_{l=-k}^{+k} N_l.$$

При увеличении индекса k (что эквивалентно увеличению поля допуска δ_u на параметр сопряжения) число путей комплектования \tilde{N}_k увеличивается.

Обозначим t_k отношение числа путей комплектования \tilde{N}_k для расширенного множества \tilde{S}_k к общему числу путей комплектования N задачи комплектования.

Рассмотрим множества S_k на конкретном примере. Пусть $m=10$, тогда $N = n^3 = 9261$.

Общее число множеств S_k равно K , $K = 6m+1=61$.

В таблице 1 приведены:

- зависимость числа путей комплектования N_k множества S_k от значений k ,
- зависимость числа путей комплектования \tilde{N}_k для расширенного множества \tilde{S}_k от значений k ,
- зависимость изменения параметра t_k от значений k .

Таблица 1

Число путей комплектования, содержащихся в множестве S_k

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---------------|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | S_k | S_0 | S_1 | S_2 | S_3 | S_4 | S_5 | S_6 | S_7 | S_8 | S_9 | S_{10} |
| 2 | N_k | 331 | 330 | 327 | 322 | 315 | 306 | 295 | 282 | 267 | 250 | 231 |
| 3 | \tilde{N}_k | | 991 | 1645 | 2289 | 2919 | 3531 | 4121 | 4685 | 5218 | 5719 | 6181 |
| 4 | t_k | 0.0357 | 0.107 | 0.1776 | 0.2471 | 0.3152 | 0.3813 | 0.445 | 0.5059 | 0.5635 | 0.6175 | 0.6674 |
| 1 | S_k | | S_{11} | S_{12} | S_{13} | S_{14} | S_{15} | S_{16} | S_{17} | S_{18} | S_{19} | S_{20} |
| 2 | N_k | | 210 | 190 | 171 | 153 | 136 | 120 | 105 | 91 | 78 | 66 |
| 3 | \tilde{N}_k | | 6601 | 6981 | 7323 | 7629 | 7901 | 8141 | 8351 | 8533 | 8689 | 8821 |
| 4 | t_k | | 0.7128 | 0.7538 | 0.7907 | 0.8238 | 0.8531 | 0.8791 | 0.9017 | 0.9214 | 0.9382 | 0.9525 |
| 1 | S_k | | S_{21} | S_{22} | S_{23} | S_{24} | S_{25} | S_{26} | S_{27} | S_{28} | S_{29} | S_{30} |
| 2 | N_k | | 55 | 45 | 36 | 28 | 21 | 15 | 10 | 6 | 3 | 1 |
| 3 | \tilde{N}_k | | 8931 | 9021 | 9093 | 9149 | 9191 | 9221 | 9241 | 9253 | 9259 | 9261 |
| 4 | t_k | | 0.9644 | 0.9741 | 0.9818 | 0.9879 | 0.9925 | 0.9957 | 0.9978 | 0.9991 | 0.9998 | 1.0 |

При построении таблицы 1 учитывалось, что $S_{-k} = S_k$.

Определение числа путей комплектования N_k для конкретного множества S_k не представляет сложности и определяется простым суммированием.

Из графика на рисунке 2 видно, что наибольший прирост путей комплектования происходит при значении $k < 15$. Дальнейшее же увеличение индекса k не приводит к существенному увеличению путей комплектования, что практически не оказывает влияния на нахождение эвристических методов решения дискретной задачи комплектования.

На рисунке 2 представлен график изменения отношения t_k в зависимости от значений индекса k .

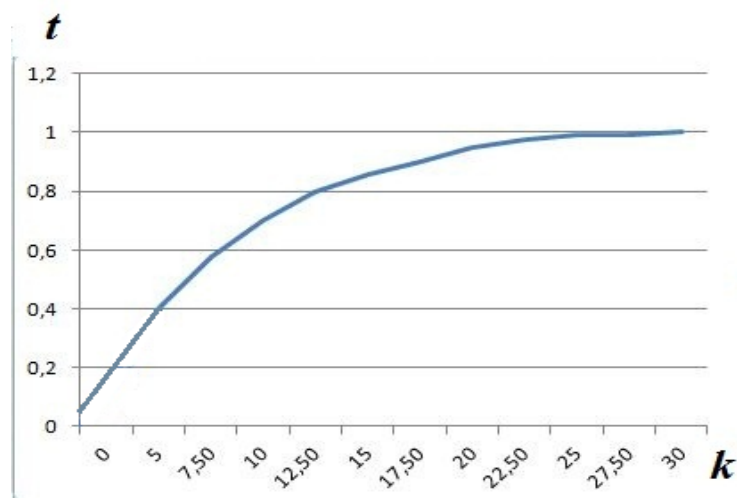


Рис. 2. Зависимость t_k , отношения числа путей комплектования \tilde{N} к общему числу путей комплектования N , от значений k

На рисунках 3 и 4 показан результат компьютерного моделирования точек $M_0(\bar{x}_{1j_1}, \bar{x}_{2j_2}, \bar{x}_{3j_3})$ и $M_{15}(\bar{x}_{1j_1}, \bar{x}_{2j_2}, \bar{x}_{3j_3})$ в 3-х мерном поле допусков сопрягаемых параметров и полученные в результате этого плоскости P_0 и P_{15} соответственно.

Представление множества путей комплектования S для 3-х параметрической задачи комплектования в виде определенной структуры было достигнуто за счет выбора уравнения сопряжения вида $y = x_1 + x_2 + x_3$ и при условии выбора одинаковых по длине селективных интервалов сопрягаемых параметров.

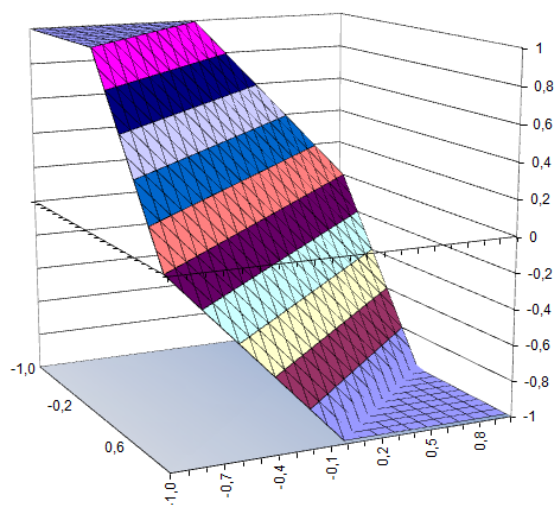


Рис. 3. Плоскость P_0 , полученная в результате моделирования уравнения сопряжения в Excel при $k = 0$

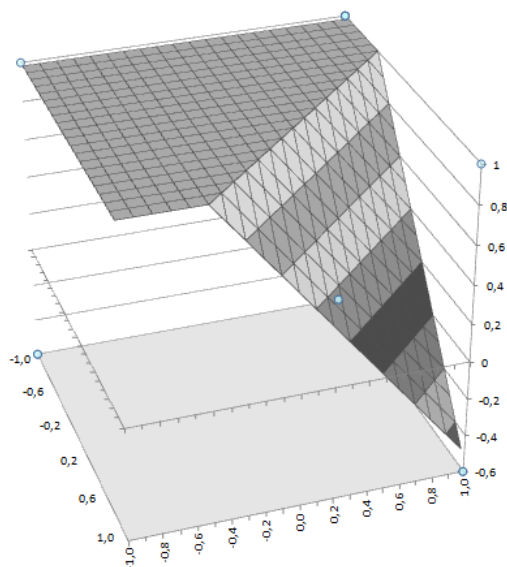


Рис. 4. Плоскость P_{15} , полученная в результате моделирования уравнения сопряжения в Excel при $k = 15$

Выводы:

1. Получено выражение для уравнения сопряжения в номерах селективных интервалов сопрягаемых параметров при условии выбора уравнения сопряжения вида $y = x_1 + x_2 + x_3$ и одинаковых по длине селективных интервалов сопрягаемых параметров.

2. Определена структура множества путей комплектования при селективной сборке изделия типа «подшипник» (для 3-х параметрической задачи сопряжения).

Список литературы

1. **Якушев А.И.** Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения. М.: Машиностроение, 1979, 343с.

2. **Катковник В.Я., Савченко А.И.** Основы теории селективной сборки. Л.: Политехника, 1991, 303с.

3. **Сорокин М.Н.** Алгоритмизация комплектования в системах управления технологическим процессом селективной сборки изделий. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. М.1989, 42с.

4. **Сорокин М.Н., Колтунов И.И., Сазонов Д.А., Урманова Д.И.** Математическая постановка задачи комплектования при селективной сборке изделий типа «подшипник». журнал «Сборка в машиностроении, приборостроении» 2014 №3 С.40-43

5. **Бонч-Осмоловский М.А.** Селективная сборка. М.: Машиностроение, 1974, 142с.