

УДК622.23.05.

В.Е. Кондратенко, к.т.н. доц., **В.В. Девятьярова**, доц., Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

e-mail: vikdev@yandex.ru

Расчет на прочность арочной крепи тоннеля

В работе представлена методика расчета монолитной бетонной крепи горизонтального тоннеля. Для определения внутренних усилий, возникающих в крепи под действием вертикального и горизонтального давления горных пород использован метод сил.

Ключевые слова: крепь, тоннель, монолитный бетон, метод сил, прочность.

V.E. Kondratenko, V.V. Devyatyarova

Strength Calculation of Tunnel Lining

The paper presents a methodology for the calculation of monolithic concrete lining of the horizontal tunnel. To determine the internal forces arising in the lining under the influence of vertical and horizontal pressure rocks used method forces.

Keywords: shoring, tunnel, monolithic concrete method forces strength.

Чертеж бетонной крепи тоннеля представлен на рис.1.

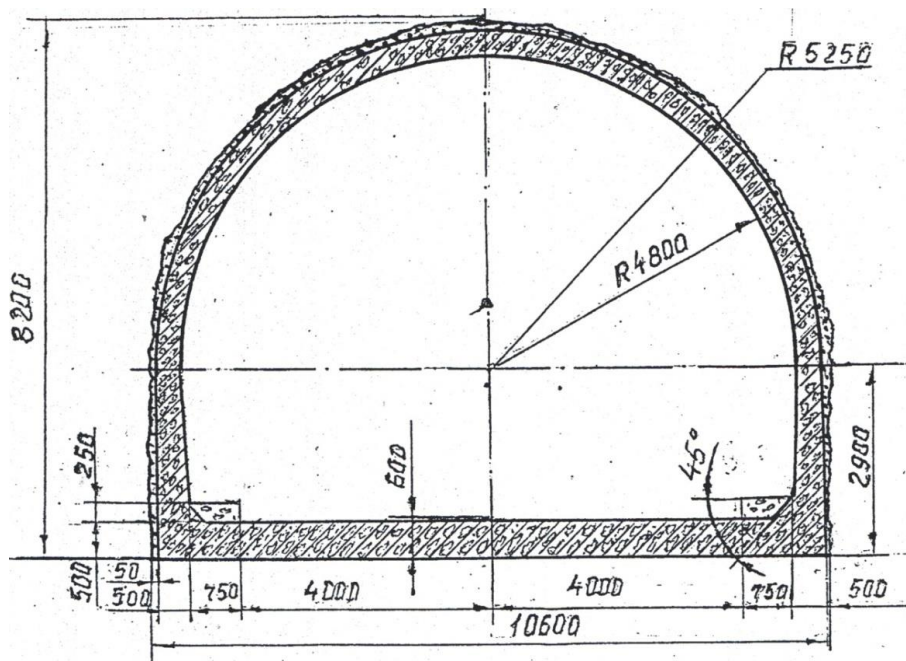


Рис. 1. Крепь тоннеля.

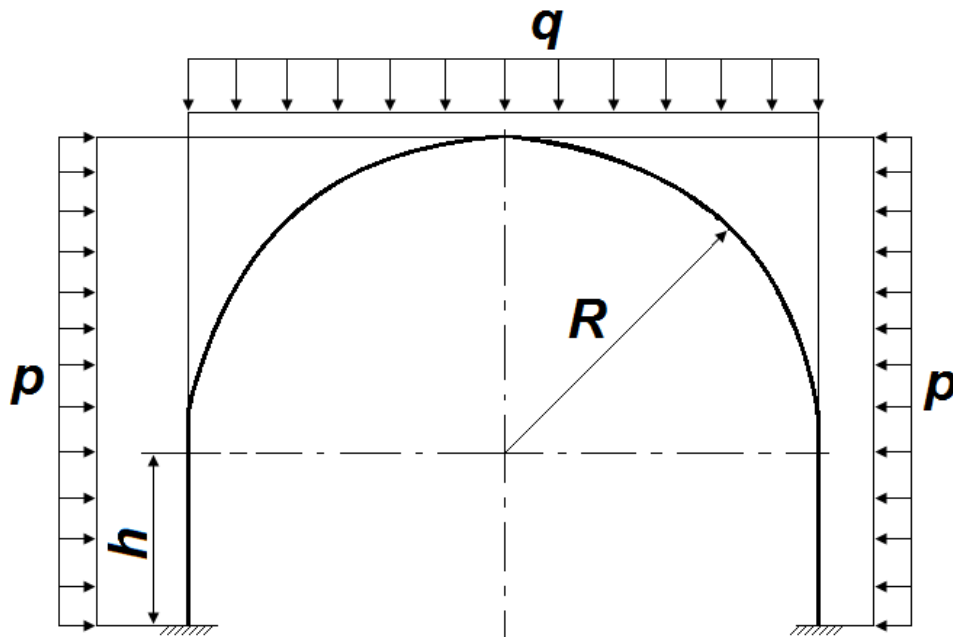


Рис. 2. Расчетная схема крепи тоннеля.

Крепь тоннеля представляет из себя криволинейную бесшарнирную раму с защемленными пятями, нагруженную вертикальной нагрузкой q и горизонтальной p (рис.2). Для определенности примем $p=0.5q$. Изгибная жесткость стержня EJ постоянная по длине.

Для расчета внутренних усилий в криволинейной раме используем метод сил. Основная система (О. С.) представлена на рис. 3, эквивалентная система (Э. С.) – на рис. 4.

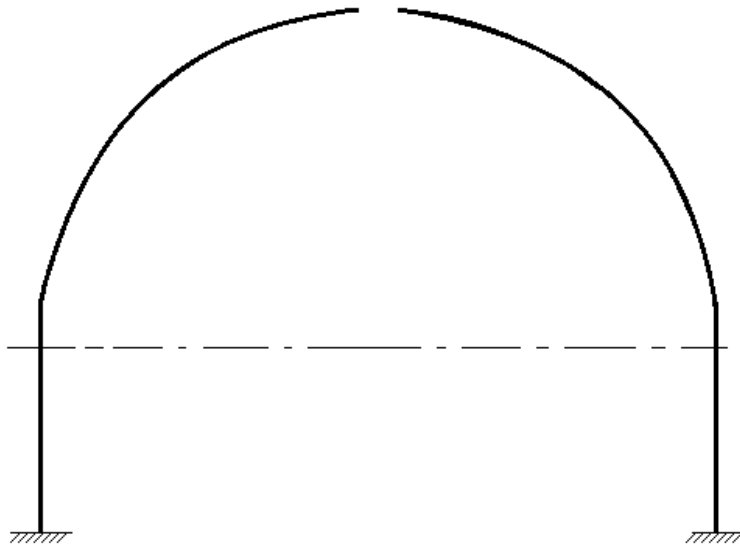


Рис. 3. Основная система.

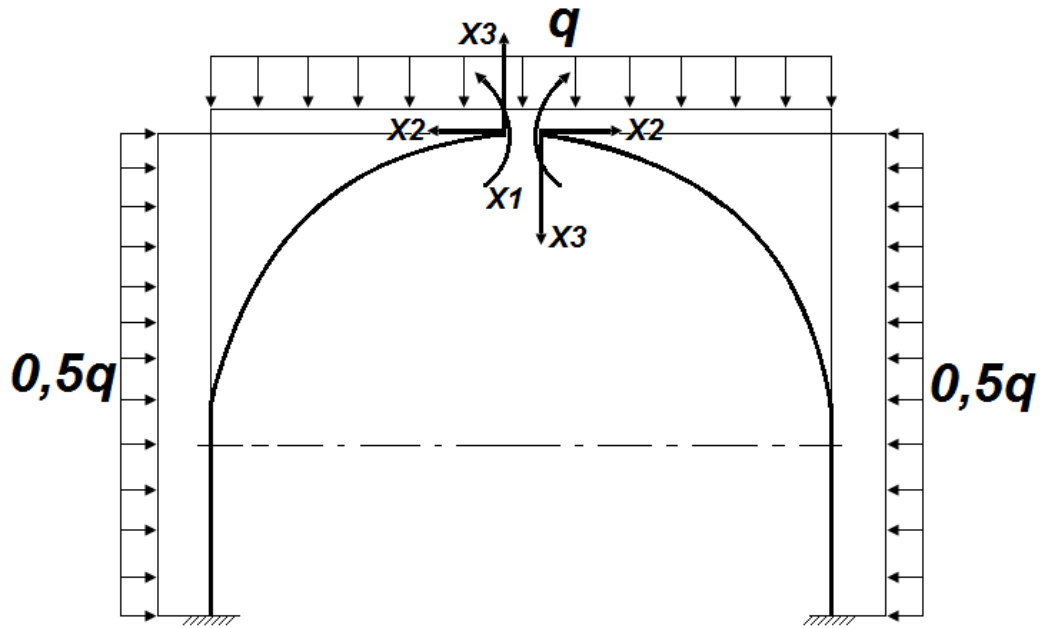


Рис. 4. Эквивалентная система.

В центральном сечении рамы под действием внешней нагрузки возникают три внутренних силовых фактора: изгибающий момент X_1 , нормальная сила X_2 , поперечная сила X_3 .

Ввиду полной симметрии заданной системы обратно-симметричный силовой фактор – поперечная сила в сечении рамы $X_3 = 0$. Таким образом, 3. С. – два раза статически неопределимая система. Канонические уравнения метода сил имеют вид:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} = 0$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} = 0$$

Коэффициенты канонических уравнений вычисляются по формуле Максвелла-Мора.

Единичные $\delta_{ik} = \sum \int_S \frac{\bar{M}_i \cdot \bar{M}_k dS}{E \cdot J}$, грузовые $\Delta_{iF} = \sum \int_S \frac{\bar{M}_i \cdot M_F dS}{E \cdot J}$, где

\bar{M}_i – функции изгибающих моментов в О. С. от $X_i = 1$,

M_F – функция изгибающих моментов в О. С. от внешней нагрузки,

EJ – изгибная жесткость стержня на участке длиной S .

Схемы нагружения основной системы единичными силами и внешней нагрузки представлены на рис. 5, 6, 7.

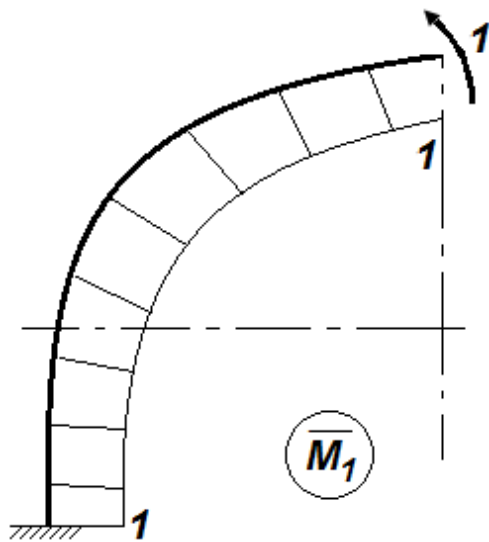


Рис. 5.

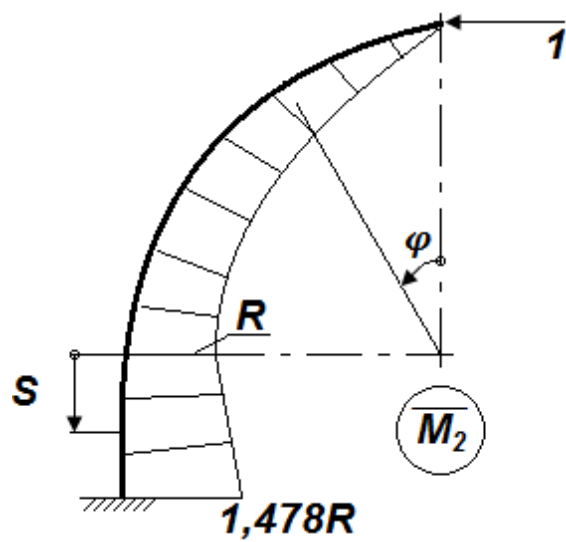


Рис. 6.

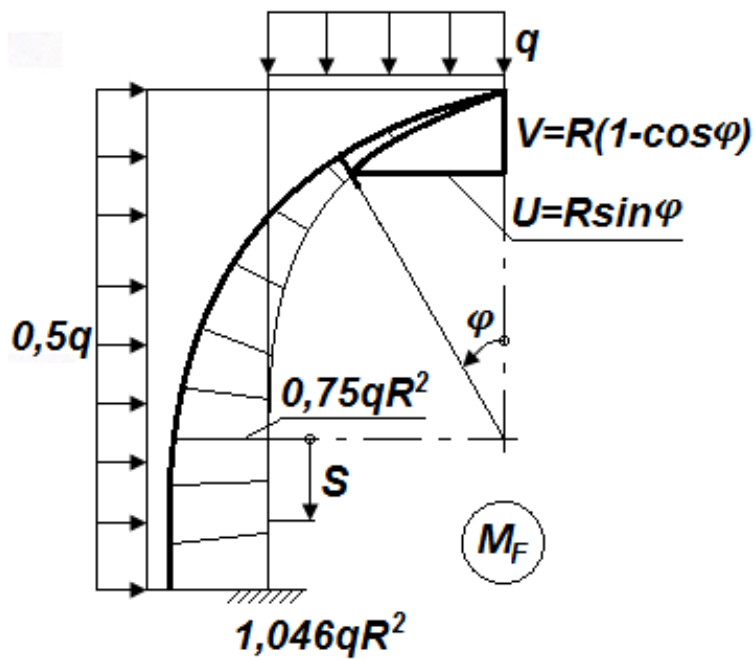


Рис. 7.

Аналитические выражения изгибающих моментов запишем для двух участков рамы:

1. $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ – круговой участок;
2. $0 \leq S \leq h$ – прямолинейный участок.

$$1. \overline{M}_1: 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}; \overline{M}'_1 = 1$$

$$0 \leq S \leq h, \overline{M}''_1 = 1$$

$$2. \overline{M}_2: \varphi \leq 0 \leq \frac{\pi}{2}, \overline{M}'_2 = 1 \cdot R \cdot (1 - \cos\varphi)$$

(1)

$$\overline{M}'_2\left(\frac{\pi}{2}\right) = R \quad (2)$$

$$0 \leq S \leq h, \overline{M}''_2 = 1 \cdot (R + S) \quad (3)$$

$$\overline{M}''_2(h) = R \cdot \left(1 + \frac{h}{R}\right) = R \cdot (1 + \alpha), \text{ где}$$

$$\alpha = \frac{h}{R} = \frac{2400}{5025} = 0,478,$$

$$R = 0,5(5250 + 4800) = 5025 \text{ мм}$$

$$h = 2900 - 500 = 2400 \text{ мм.}$$

$$\text{Тогда } \overline{M}''_2(h) = 1,478 \cdot R$$

$$M_F: 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2},$$

$$M'_F = -\left(\frac{qu^2}{2} + \frac{pv^2}{2}\right) = -\frac{qR^2}{2}[\sin^2\varphi + 0,5(1 - \cos\varphi)^2] \quad (4)$$

$$0 \leq S \leq h, M''_F = -\left(\frac{qR^2}{2} + \frac{q}{2}\frac{(R+S)^2}{2}\right). \quad (5)$$

Эпюры \overline{M}_1 , \overline{M}_2 , M_F представлены на рис. 5, рис. 6, рис. 7.

Определим коэффициенты канонических уравнений с учетом того, что на первом участке $dS = R \cdot d\varphi$:

$$EJ\delta_{11} = \sum \int_S \overline{M}_1^2 dS = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \overline{M}'_1{}^2 (d\varphi \cdot R) + \int_0^h \overline{M}''_1{}^2 dS = 2,048R$$

$$EJ\delta_{22} = \sum \int_S \overline{M}_2^2 dS = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \overline{M}'_2{}^2 (R \cdot d\varphi) + \int_0^h \overline{M}''_2{}^2 dS.$$

Имеем:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \overline{M}'_2{}^2 R d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} R^2 (1 - \cos\varphi)^2 d\varphi = 0,355R^3,$$

$$\int_0^h \overline{M}''_2{}^2 dS = \int_0^h (R + S)^2 dS = 0,726R^3.$$

Тогда:

$$EJ\delta_{22} = R^3(0,355 + 0,726) = 1,081R^3.$$

$$EJ\delta_{12} = EJ\delta_{21} = \sum \int_S \overline{M}_1 \overline{M}_2 dS = \int_S \overline{M}'_1 \overline{M}'_2 dS + \int_S \overline{M}''_1 \overline{M}''_2 dS.$$

Подставляя значения моментов, получим:

$$EJ\delta_{12} = EJ\delta_{21} = R^2(0,57 + 0,585) = 1,155R^2.$$

Вычислим грузовые коэффициенты канонических уравнений метода сил.

$$EJ\Delta_{1F} = \sum \int_S M_F \overline{M}_1 dS = \sum \int_S M_F \overline{M}'_1 dS + \sum \int_S M_F \overline{M}''_1 dS = I'_{F_1} + I''_{F_1}$$

$$I'_{F_1} = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{qR^2}{2} (\sin^2 \varphi + 0,5(1 - \cos \varphi)^2) \cdot 1 \cdot R \cdot d\varphi = - 0,481qR^3$$

$$I''_{F_1} = - \int_0^h \left(\frac{qR^2}{2} + \frac{q(R+S)^2}{4} \right) \cdot 1 \cdot dS = -0,42qR^3$$

Суммируя, получим:

$$EJ\Delta_{1F} = - qR^3(0,481 + 0,42) = - 0,901qR^3.$$

$$EJ\Delta_{2F} = \sum \int_S M_F \overline{M}_2 dS = \int_S M_F \overline{M}'_2 dS + \int_S M_F \overline{M}''_2 dS.$$

Подставляя в это выражения функции изгибающих моментов по формулам (2), (3), (4), (5), получим:

$$EJ\Delta_{2F} = - \frac{qR^2}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 \varphi + 0,5(1 - \cos \varphi)^2) \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi) \cdot R \cdot d\varphi - \int_0^h \left(\frac{qR^2}{2} + \frac{q(R+S)^2}{4} \right) \cdot (R + S) dS = I'_{F_2} + I''_{F_2}.$$

Интегрируя, получим:

$$I'_{F_2} = - 0,293qR^4,$$

$$I''_{F_2} = - 0,52 qR^4.$$

Суммируя I'_{F_2} и I''_{F_2} , вычислим:

$$EJ\Delta_{2F} = - qR^4(0,293 + 0,52) = - 0,813qR^4.$$

Подставляя вычисленные значения коэффициентов в канонические уравнения, получим их решения:

$$X_1 = 0,04qR^2, X_2 = 0,709qR.$$

На рис.8 и рис.9 представлены “исправленные” единичные эпюры изгибающих моментов $\overline{M}_1 X_1$ и $\overline{M}_2 X_2$.

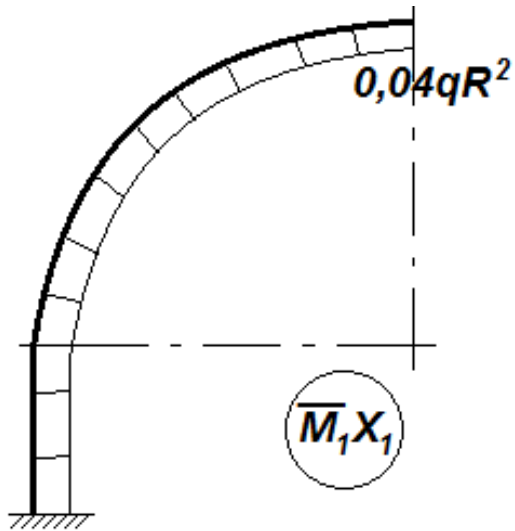


Рис.8.

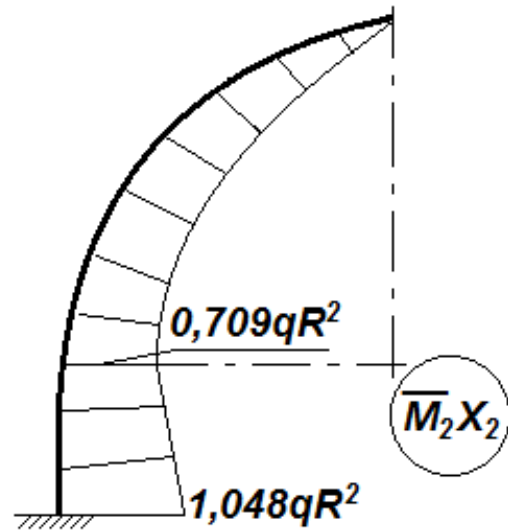


Рис.9.

Окончательная эпюра изгибающих моментов, посчитанная по формуле $M = \overline{M}_1 X_1 + \overline{M}_2 X_2 + M_F$, представлена на рис.10.

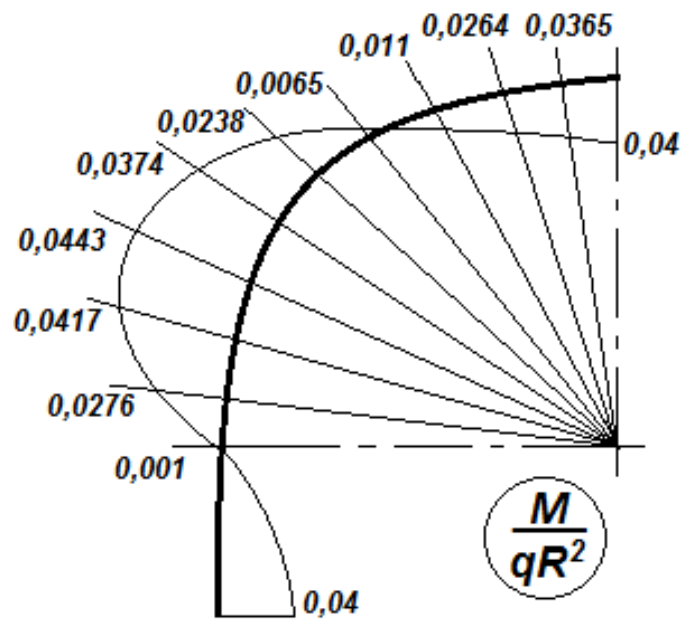


Рис.10.

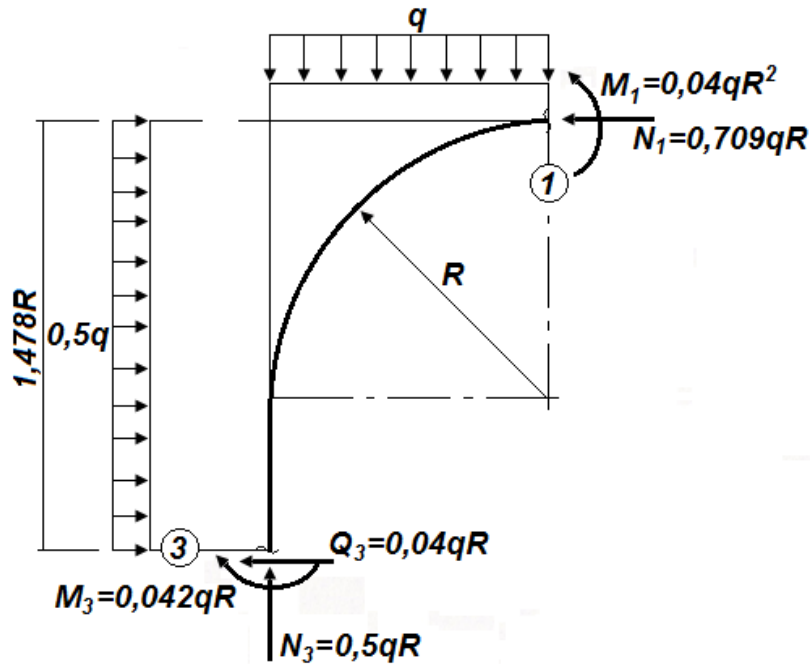


Рис.11.

Определив по эпюре моментов M значение поперечной силы в сечении 3 $Q_3 = 0,04qR$, нетрудно убедиться, что равновесие рамы под действием приложенных сил соблюдается, т.е. $\sum X = 0$ и $\sum Y = 0$ (погрешность расчетов составляет соответственно 0,1% и 1,3%) (Рис.11).

Наиболее нагруженным сечением крепи является сечение 1. Определим максимально допустимую нагрузку на крепь $[q]$, относя расчеты к сечению высотой

$$H = R_H - R_{BH} = 5,25 - 4,8 = 0,45 \text{ м и шириной } B = 1 \text{ м.}$$

При действии изгибающего момента $M = 0,04qR^2$ и нормальной силы $N = -0,709qR$

Максимальные растягивающие напряжения:

$$\sigma_{pmax} = \frac{M}{W} - \frac{N}{A}, \text{ где } W = \frac{BH^2}{\sigma} - \text{момент сопротивления сечения при изгибе, м}^3;$$

$$A = BH - \text{площадь сечения, м}^2.$$

Условие прочности:

$$\sigma_{pmax} \leq [\sigma], \text{ где } [\sigma] = R_{bt} \cdot \gamma_c - \text{допустимое напряжение};$$

$R_{bt} = 1,5 \text{ МПа}$ – расчетное сопротивление на растяжение бетона класса B ;

$\gamma_c = 0,85$ – коэффициент условий работы.

$$\text{Отсюда } [\sigma] = \frac{6M}{H^2} - \frac{N}{H} = \frac{0,04 \cdot 6 \cdot qR^2}{H^2} - \frac{0,709 \cdot qR}{H};$$

$$[\sigma] = q(0,24\left(\frac{R}{H}\right)^2 - 0,709\frac{R}{H}) \text{ и при } \frac{R}{H} = 11,2, [\sigma] = 22,76q.$$

Тогда допускаемая нагрузка на крепь:

$$[q] = \frac{[\sigma]}{22,76} = \frac{1,275 \cdot 10^3}{22,76} = 56,0 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}.$$

Выводы:

1. Приведенная в работе методика расчета позволяет определить допускаемую, из условия прочности, нагрузку на постоянную бетонную крепь тоннеля.
2. Для крепи заданных размеров максимальное давление горных пород составляет 56 кН/м².