

УДК 622.23.05.

**В.Е. Кондратенко**, к.т.н. доц., **В.В. Девятьярова**, доц., Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

e-mail: [vikdev@yandex.ru](mailto:vikdev@yandex.ru)

## **Расчет на прочность временной арочной крепи тоннеля**

*В работе приводится методика расчета на прочность временной секционной крепи тоннеля. Для определения внутренних силовых факторов, возникающих в крепи под действием вертикального и бокового давления горных пород использован метод сил.*

*Ключевые слова:* временная крепь, рама, прочность, метод сил.

**V.E. Kondratenko, V.V. Devyatyarova**

## **Calculation of the Strength of Temporary Arch Support Tunnel**

*The paper presents the methodology for calculating the strength of the temporary sectional lining of the tunnel. To determine the internal force factors arising in the lining under the influence of vertical and lateral pressure of rocks used method forces.*

*Keywords:* temporary support, frame, strength, technique forces.

### Расчет на прочность временной арочной крепи тоннеля

При сооружении тоннеля комбайновым способом, выработка поддерживается сначала временной, многократно используемой секционной крепью из коробчатого профиля, затяжка боковых пород при этом осуществляется рулонной затяжкой из стеклопластика с нагнетанием за нее песчано-цементного раствора. Затем в зоне установившегося давления секционная крепь снимается и переносится в зону проходки, где повторно устанавливается при разработке комбайном следующей заходки.

Чертеж арочной крепи представлен на рис. 1.

В работе [1] рекомендовано опирание пят арочной крепи на породу принимать шарнирным. Рассматривается горизонтальное залегание пород, при котором нагрузка на крепь симметричная.

Интенсивность вертикальной нагрузки  $q$ , боковой –  $p = \alpha \cdot q$ . Принимаем для определенности коэффициент  $\alpha = 0,5$ .

Расчетная схема арочной крепи представлена на рис. 2.

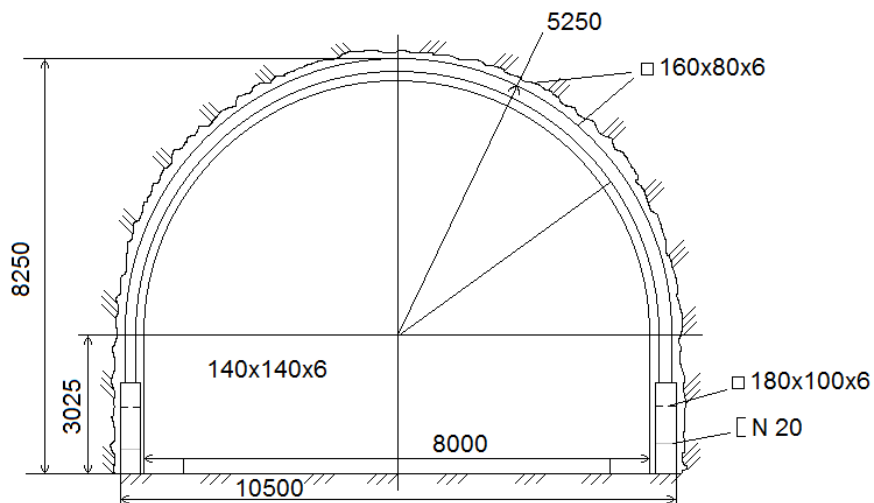


Рис. 1

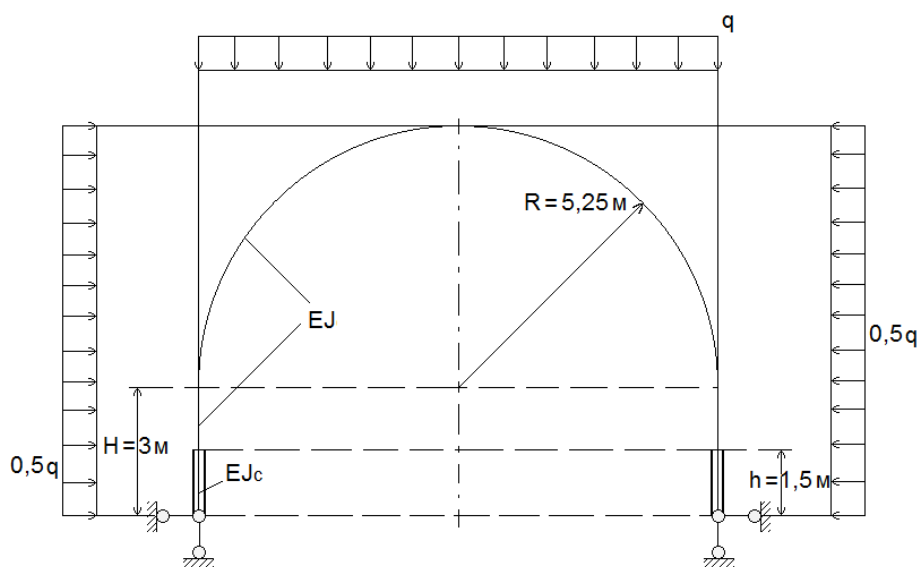


Рис. 2

Нижняя часть стойки выполнена из квадратного профиля  $140 \times 140 \times 6,5$ , верхняя часть стойки и арочная часть – из квадратного профиля  $120 \times 120 \times 6$ . Моменты инерции профиля [2] равняются, соответственно,  $J_{ст.} = 963,6 \text{ см}^4$  и

$J = 561,8 \text{ см}^4$ . Отношение жесткости частей арочной крепи  $E \cdot J_{ст.} = 1,715 \cdot E \cdot J$ .

Рассматриваемая система является один раз статически неопределимой. Число лишних связей [3]  $\Lambda = -3 \cdot D + 2 \cdot Ш + C_0 = -3 \cdot 1 + 0 + 4 = 1$ .

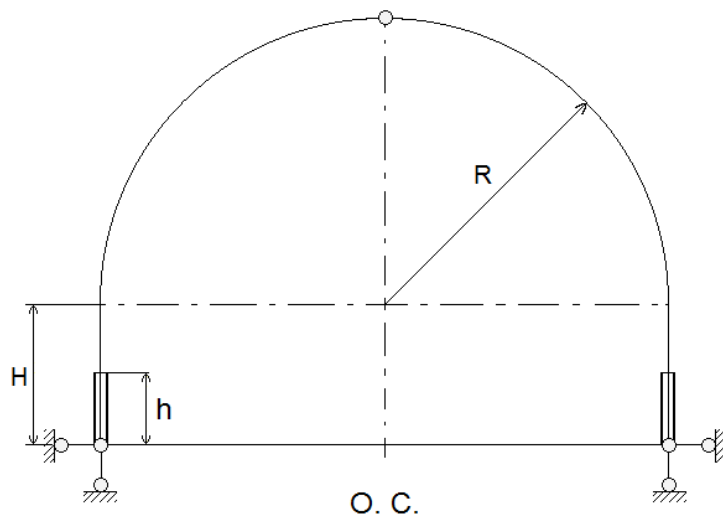


Рис. 3

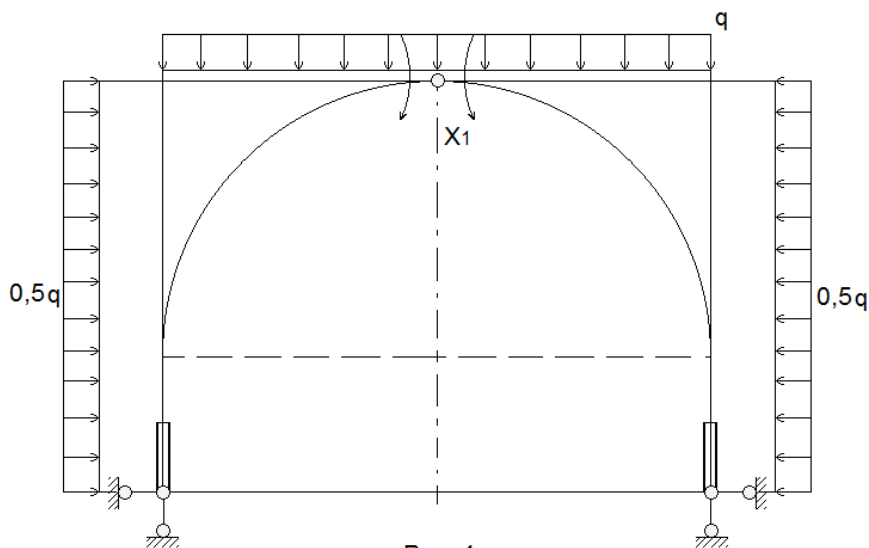


Рис. 4

В качестве основной системы метода сил примем систему, представленную на рис. 3. Эквивалентная система представлена на рис. 4.

Неизвестный момент в ключевом шарнире арки  $X_1$  определяется каноническим уравнением метода сил:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1F} = 0. \quad (1)$$

Коэффициенты уравнения (1) вычисляются с помощью интегралов Мора:

$$\delta_{11} = \sum \int_S \frac{\overline{M_1^2} \cdot dS}{E \cdot J}, \quad (2)$$

$$\Delta_{1F} = \sum \int_S \frac{M_F \cdot \overline{M_1} \cdot dS}{E \cdot J}, \quad (3)$$

где  $\overline{M_1}$  – функция единичной эпюры изгибающих моментов в О. С. при  $X_1 = 1$ ;

$M_F$  – функция грузовой эпюры изгибающих моментов в О. С.;

$S$  – линейная координата участка стержня.

Суммирование производится по участкам системы, имеющим одинаковую жесткость стержней и функции изгибающих моментов  $\overline{M}_1$  и  $M_F$ .

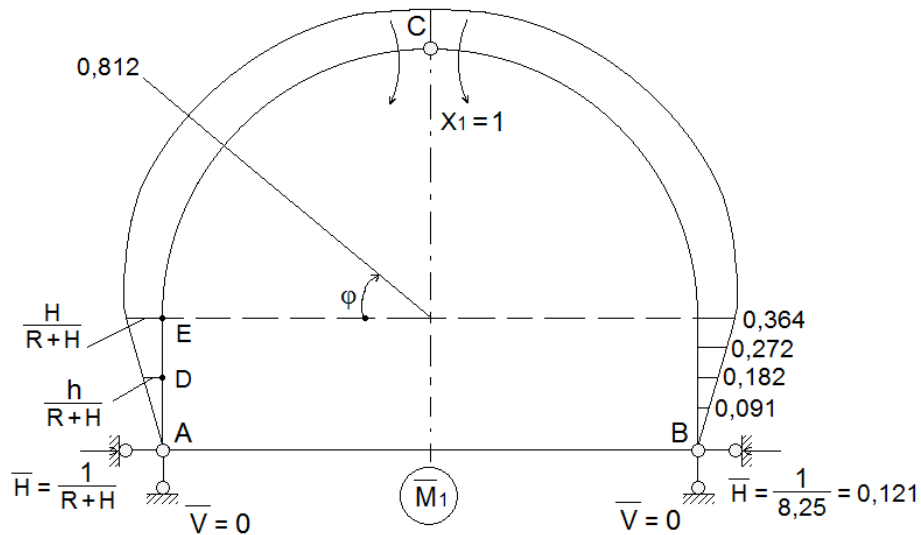


Рис. 5

Единичная эпюра  $\overline{M}_1$  представлена на рис. 5. На круговом участке крепи момент изменяется по закону:

$$\overline{M}_1 = \frac{H + R \cdot \sin \varphi}{H + R}, \quad (4)$$

при  $\varphi = 0$ ,  $\overline{M}_1 = 0,364$ ; при  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ,  $\overline{M}_1 = 1$ .

Вычисление интеграла Мора (2) производим для половины крепи (затем удваиваем результат), разбивая эпюру  $\overline{M}_1$  на участки:

$$\delta'_{11} = \overline{I}_{AD} + \overline{I}_{DE} + \overline{I}_{EC}. \quad (5)$$

$$\overline{I}_{AD} = \frac{1}{E \cdot J_{cm}} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{R+H} \cdot h \right) \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{R+H} = \frac{1}{1,715 \cdot E \cdot J} \cdot 0,5 \cdot 0,182 \cdot 1,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,182 = \frac{0,00965}{E \cdot J}.$$

$$\overline{I}_{DE} = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \frac{1,5}{6} \cdot (2 \cdot 0,182 + 2 \cdot 0,364 + 0,364 \cdot 0,182 + 0,182 \cdot 0,364) = \frac{1,228}{E \cdot J}.$$

Выражая  $dS = R \cdot d\varphi$ , имеем:

$$\overline{I}_{EC} = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(H + R \cdot \sin \varphi)^2 \cdot (R d\varphi)}{(H + R)^2} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 E \cdot J \cdot I_{EC} &= \frac{R}{(H+R)^2} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} (H + R \cdot \sin \varphi)^2 d\varphi = \\
 &= \frac{R}{(H+R)^2} \cdot [H^2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi + 2 \cdot H \cdot R \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi d\varphi + R^2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi d\varphi] = \\
 &= \frac{R}{(H+R)^2} \cdot [H^2 \cdot \varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \cdot H \cdot R \cdot \cos \varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + R^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (\varphi - \frac{1}{2} \cdot \sin 2\varphi) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}] = \\
 &= \frac{R}{(H+R)^2} \cdot \left( \frac{H^2 \cdot \pi}{2} + 2 \cdot R \cdot H + \frac{\pi \cdot R^2}{4} \right); \tag{7}
 \end{aligned}$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$E \cdot J \cdot \overline{I_{EC}} = \frac{5,25}{(3 + 5,25)^2} \cdot \left( \frac{3^2 \cdot \pi}{2} + 2 \cdot 5,25 \cdot 3 + \frac{\pi \cdot 5,25^2}{4} \right) = 5,18.$$

Суммируя (5), получим:

$$E \cdot J \cdot \delta'_{11} = 6,417 \text{ и } E \cdot J \cdot \delta_{11} = E \cdot J \cdot \delta'_{11} = 12,835. \tag{8}$$

Расчетная схема для построения грузовой эпюры  $M_F$  представлена на рис. 6.

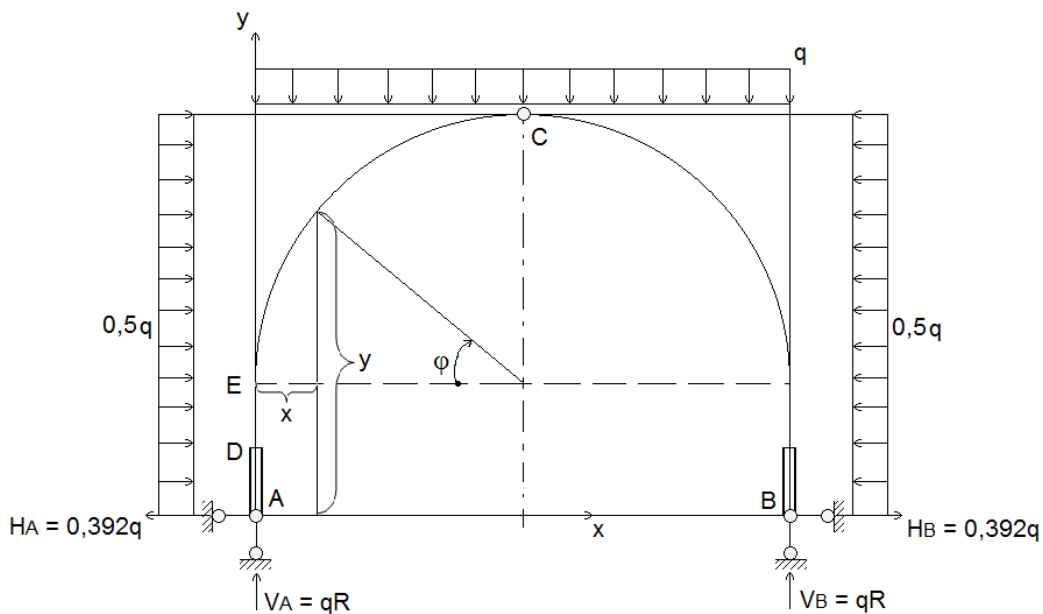


Рис. 6

Определим реакции связей:

$$V_A = V_B = q \cdot R,$$

$$\sum M_c^{liss} = 0; - H_A \cdot (R + H) - (q \cdot R) \cdot R + \frac{q \cdot R^2}{2} + \frac{(0,5 \cdot q)(R + H^2)}{2} = 0,$$

откуда:

$$H_A = \frac{q}{(R+H)} \cdot \left( \frac{H^2}{4} + \frac{R \cdot H}{2} - \frac{R^2}{4} \right) = \frac{q}{8,25} \cdot \left( \frac{3^2}{4} + \frac{3 \cdot 5,25}{2} - \frac{5,25^2}{4} \right) = q \cdot 0,392.$$

Построим грузовую эпюру изгибающих моментов  $M_F$  (рис. 7).

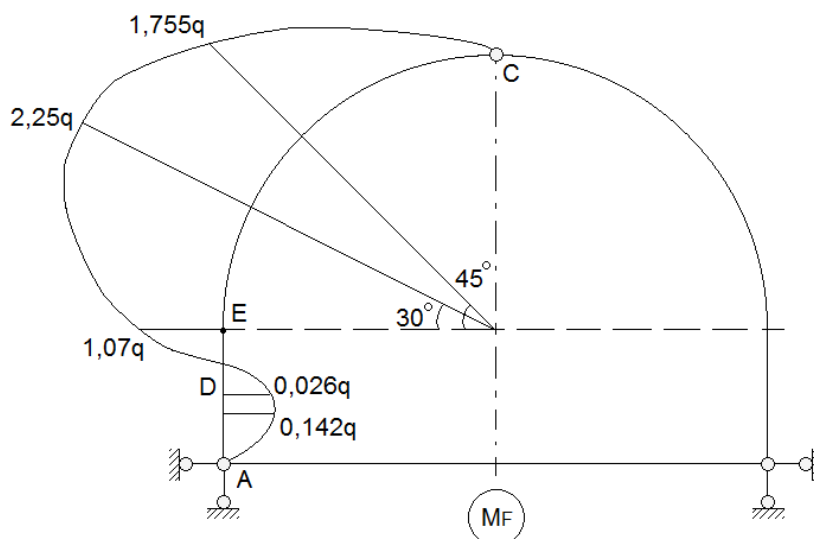


Рис. 7

На участке АЕ эпюра описывается функцией:

$$M_{F1} = H_A \cdot y - \frac{(0,5 \cdot q) \cdot y^2}{2} = 0,391 \cdot y \cdot q - \frac{q \cdot y^2}{4};$$

$$M_{F1}(1,5) = 0,026 \cdot q; M_{F1}(1) = 0,142 \cdot q; M_{F1}(3) = -1,074 \cdot q.$$

На участке ЕС функция изгибающего момента имеет вид:

$$\begin{aligned} M_F(\varphi) &= H_A \cdot y + V_A \cdot x - \frac{(0,5 \cdot q) \cdot y^2}{2} - \frac{q \cdot x^2}{2} = \\ &= H_A \cdot (H + R \cdot \sin \varphi) + q \cdot R^2 \cdot (1 - \cos \varphi) - \frac{q}{4} \cdot (H + R \cdot \sin \varphi)^2 - \frac{q \cdot R^2 \cdot (1 - \cos \varphi)^2}{2}, \end{aligned}$$

или

$$M_F(\varphi) = C + A \cdot \sin \varphi + B \cdot \cos \varphi + D \cdot \sin^2 \varphi + E \cdot \cos^2 \varphi, \quad (9)$$

где

$$C = (H_A \cdot H + \frac{q \cdot R^2}{2} - \frac{q \cdot H^2}{4}) = q \cdot (0,392 \cdot 3 + \frac{5,25^2}{2} - \frac{3^2}{4}) = q \cdot 12,71;$$

$$A = H_A \cdot R - \frac{q \cdot H \cdot R}{2} = q \cdot (0,392 \cdot 5,25 - \frac{3 \cdot 5,25}{2}) = -5,817 \cdot q;$$

$$B = q \cdot R^2 - q \cdot R^2 = 0;$$

$$D = -\frac{q \cdot R^2}{4} = -q \cdot \frac{5,25^2}{4} = -6,89 \cdot q;$$

$$E = -\frac{q \cdot R^2}{2} = -\frac{5,25^2}{2} = -13,78 \cdot q$$

и

$$M_F(\varphi) = q \cdot (12,71 - 5,817 \cdot \sin\varphi - 6,89 \cdot \sin^2\varphi - 13,78 \cdot \cos^2\varphi) \quad (10)$$

$$M_F(0) = q \cdot (12,71 - 13,78) = -1,07 \cdot q;$$

$$M_F\left(\frac{\pi}{2}\right) = q \cdot (12,71 - 5,817 - 6,89 - 0) = 0;$$

$$M_F\left(\frac{\pi}{4}\right) = q \cdot (12,71 - 5,817 \cdot 0,707 - 6,89 \cdot 0,5 - 13,78 \cdot 0,5) = -q \cdot 1,755;$$

$$M_F\left(\frac{\pi}{6}\right) = q \cdot (12,71 - 5,817 \cdot 0,5 - 6,89 \cdot 0,5^2 - 13,78 \cdot 0,866^2) = -2,25 \cdot q.$$

Вычисление интеграла Мора (3) произведем на трех участках:

$$\Delta'_{1F} = I_{AD} + I_{DE} + I_{EC} \quad (11)$$

$$I_{EC} = \frac{1}{E \cdot J} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_F \cdot \overline{M}_1 \cdot (Rd\varphi) \quad (12)$$

Подставляем в (12)  $M_F$  по формуле (9) и  $\overline{M}_1$  по формуле (4):

$$\overline{M}_1 = a + b \cdot \sin\varphi, \text{ где } a = \frac{H}{H+R} = \frac{3}{3+5,25} = 0,363, \quad b = \frac{R}{H+R} = \frac{5,25}{3+5,25} = 0,636;$$

получим:

$$\begin{aligned} E \cdot J \cdot I_{EC} = & C \cdot a \cdot I_0 + (A \cdot a + C \cdot b) \cdot I_1 + B \cdot a \cdot I_2 + (D \cdot a + A \cdot b) \cdot I_3 + \\ & + B \cdot b \cdot I_4 + E \cdot a \cdot I_5 + D \cdot b \cdot I_6 + E \cdot b \cdot I_7. \end{aligned} \quad (13)$$

$$I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi = -\cos\varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi = \sin\varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

$$I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\varphi d\varphi = \frac{1}{2} \cdot \left( \varphi - \frac{1}{2} \cdot \sin 2\varphi \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi \cdot \cos\varphi d\varphi = \frac{1}{2} \cdot \sin^2\varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$I_5 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\varphi d\varphi = \frac{1}{2} \cdot \left( \varphi + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\varphi \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$I_6 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3\varphi d\varphi = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^2\varphi) d(\cos\varphi) = - \cos\varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{\cos^3\varphi}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$I_7 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\varphi \cdot \sin\varphi d\varphi = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\varphi d(\cos\varphi) = - \frac{\cos^3\varphi}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3}$$

Подставляя числовые значения в (7), получим:

$$\begin{aligned} E \cdot J \cdot I_{EC} &= q \cdot [12,71 \cdot 0,363 \cdot \frac{\pi}{2} + (-5,817 \cdot 0,363 + 12,71 \cdot 0,636) \cdot 1 + 0 + (- \\ &6,89 \cdot 0,363 - 5,817 \cdot 0,636) \cdot \frac{\pi}{4} + 0 - 13,78 \cdot 0,363 \cdot \frac{\pi}{4} - 6,89 \cdot 0,636 \cdot \frac{2}{3} - 13,78 \cdot 0,636 \cdot \frac{1}{3}] \\ &= -1,42 \cdot q. \end{aligned}$$

Так как на участке АЕ эпюра  $\overline{M}_1$  – линейная, вычисление двух других интегралов можно произвести по формуле Симпсона:

$$I = \frac{l}{E \cdot J} \cdot (M_F^H \cdot \overline{M}_1^H + 4 \cdot M_F^C \cdot \overline{M}_1^C + M_F^K \cdot \overline{M}_1^K),$$

где  $M^H, M^C, M^K$  – значения изгибающих моментов в начале, середине и конце участка длиной  $l$ .

$$M_{FAD}^C = M_F \cdot (0,75) = 0,392 \cdot q \cdot 0,75 - \frac{q \cdot 0,75^2}{4} = 0,154 \cdot q;$$

$$M_{FDE}^C = M_F \cdot (2,25) = 0,392 \cdot q \cdot 2,25 - \frac{q \cdot 2,25^2}{4} = -0,384 \cdot q;$$

$$\overline{M}_1(0,75) = 0,091; \overline{M}_1(2,25) = 0,272.$$

$$I_{AD} = \frac{1}{E \cdot J \cdot 1,715} \cdot (0 - q \cdot 4 \cdot 0,154 \cdot 0,091 - q \cdot 0,026 \cdot 0,182) = - \frac{q}{E \cdot J} \cdot 0,0354;$$

$$I_{DE} = \frac{1}{E \cdot J} \cdot (-q \cdot 0,026 \cdot 0,182 + q \cdot 4 \cdot 0,384 \cdot 0,272 + q \cdot 1,079 \cdot 0,367) = \frac{q}{E \cdot J} \cdot 0,761.$$

Суммируя вычисленные интегралы по формуле (11), получим:

$$E \cdot J \cdot \Delta'_{1F} = q \cdot (-0,035 + 0,761 - 1,42) = -0,694 \cdot q;$$

$$E \cdot J \cdot \Delta_{1F} = 2 \cdot E \cdot J \cdot \Delta'_{1F} = -1,388 \cdot q.$$

Подставляем значения коэффициентов в каноническое уравнение:



$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{1,388 \cdot q}{12,83} = 0,108 \cdot q \text{ (кН}\cdot\text{м)}.$$

Окончательную эпюру изгибающих моментов  $M$  построим, суммируя исправленную единичную эпюру  $\overline{M}_1 \cdot X_1$  с грузовой  $M_F$ :

$$M = \overline{M}_1 \cdot X_1 + M_F.$$

Эпюры  $\overline{M}_1 \cdot X_1$  и  $M$  представлены на рис. 8 и рис. 9.

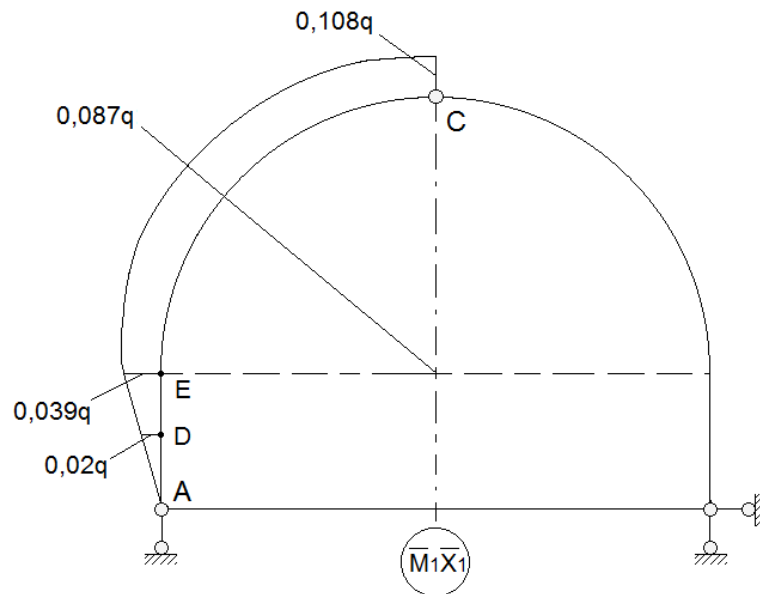


Рис. 8

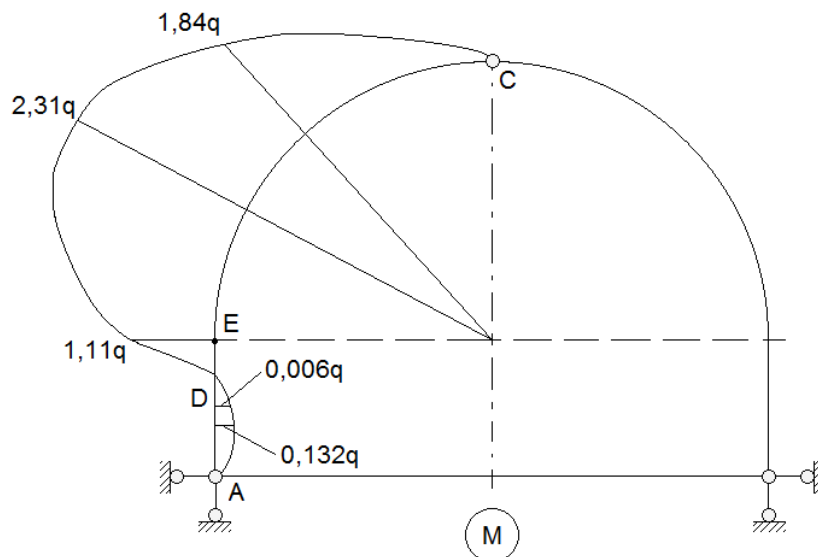


Рис. 9

Нормальная сила  $N$  участка  $AE$ :

$$N = V_A = q \cdot R = q \cdot 5,25.$$

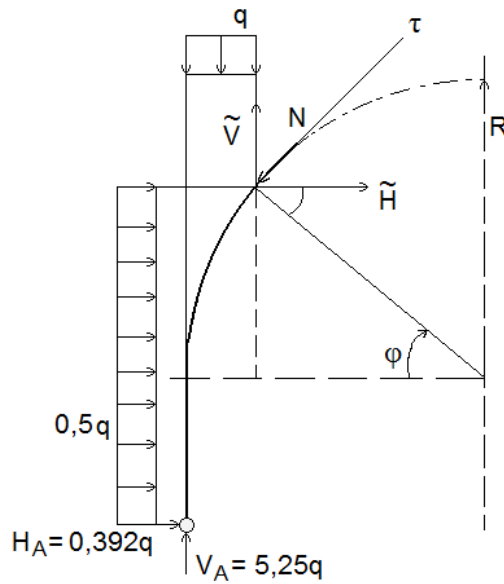


Рис. 10

Нормальную силу на участке ЕС находим из равновесия усеченной части крепи (рис. 10) (сжимающая сила  $N$  считается положительной):

$$N = \tilde{H} \cdot \sin\varphi + \tilde{V} \cdot \cos\varphi,$$

где

$$\tilde{H} = 0,5 \cdot q \cdot (H + R \cdot \sin\varphi) - H_A - \text{сумма всех горизонтальных сил};$$

$$\tilde{V} = V_A - q \cdot R \cdot (1 - \cos\varphi).$$

Тогда

$$N = q \cdot [(0,5 \cdot (3 + 5,25 \cdot \sin\varphi) - 0,392) \cdot \sin\varphi + 5,25 \cdot \cos\varphi] \quad (14)$$

$$N(0) = 5,25 \cdot q;$$

$$N\left(\frac{\pi}{2}\right) = q \cdot [(0,5 \cdot 8,25) - 0,392] = 3,73 \cdot q;$$

$$N\left(\frac{\pi}{6}\right) = q \cdot [(0,5 \cdot (3 + 5,25 \cdot 0,5) - 0,392) \cdot 0,5 + 5,25 \cdot 0,866] = 5,75 \cdot q;$$

$$N\left(\frac{\pi}{4}\right) = q \cdot [(0,5 \cdot (3 + 5,25 \cdot 0,707) - 0,392) \cdot 0,707 + 5,25 \cdot 0,707] = 5,81 \cdot q;$$

$$N\left(\frac{\pi}{3}\right) = q \cdot [(0,5 \cdot (3 + 5,25 \cdot 0,866) - 0,392) \cdot 0,866 + 5,25 \cdot 0,5] = 5,55 \cdot q.$$

Эпюра нормальных сил, рассчитанная по формуле (14), представлена на рис.11.

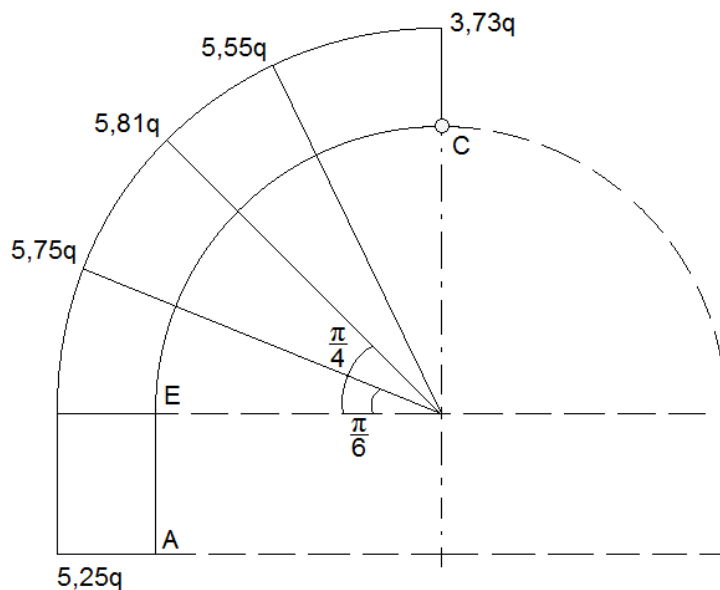


Рис. 11

Элементы крепи испытывают изгиб и сжатие.  
Максимальные напряжения в сечениях крепи:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} + \frac{N}{A},$$

где

$M$  – изгибающий момент;

$N$  – продольная сила;

$W = 93,6 \text{ см}^3$  - момент сопротивления сечения;

$A = 26,4 \text{ см}^2$  - площадь сечения.

Оценки показывают, что максимальные напряжения возникают в сечениях с максимальным изгибающим моментом ( $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ):

$$M_{max} = 2,31 \cdot q \text{ (кН}\cdot\text{м)},$$

$$N = 5,75 \cdot q \text{ (кН)}$$

Тогда

$$\sigma_{max} = \frac{2,31 \cdot q}{93,6 \cdot 10^{-6}} + \frac{5,75 \cdot q}{26,4 \cdot 10^{-4}} \quad (15)$$

Допускаемые напряжения  $[\sigma] = R_y \cdot \gamma_c$  [5],

Принимая

$R_y = 225 \text{ МПа}$  – расчетное сопротивление материала крепи,

$\gamma_c = 0,85$  – коэффициент условий работы,

получим значение:

$$[\sigma] = 225 \cdot 0,85 = 191 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{max} = \frac{2,3 \cdot [q]}{0,936 \cdot 10^{-4}} + \frac{5,75 \cdot [q]}{26,4 \cdot 10^{-4}} = [q] \cdot 2,68 \cdot 10^4 \quad (16)$$

Используя последнее выражение можно рассчитать шаг расстановки рам крепи из условия прочности.

Например, давление горных пород в кровле  $q_k=30 \text{ кН/м}^2$ . Принимая шаг расстановки рам 1м получаем значение нагрузки  $q=30 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$ .

Тогда

$$\sigma_{max} = 30 * 2.68 \cdot \frac{10^4 \text{кН}}{\text{м}^2} = 804 \text{ МПа} > [\sigma] = 191 \text{ МПа}$$

Для снижения напряжений до допускаемых значений необходимо уменьшить шаг расстановки рам временной крепи. Шаг расстановки

$$a = \frac{[\sigma]}{\sigma_{max}} = \frac{191}{804} = 0.24 \text{ м.}$$

### **Выводы:**

Приведенная в работе методика расчета рамной конструкции арочной крепи горизонтальной горной выработки (тоннеля) позволяет рассчитать сечение элементов крепи и шаг расстановки секций из условия прочности.

### **Список литературы**

1. **Картозия Б. А., Борисов В. Н.** Инженерные задачи механики подземных сооружений. – М.: Изд. МГТУ, 2001.
2. **ГОСТ 30245-2003.** Профили стальные гнутые замкнутые для строительства конструкций. – М.: МНТКС, 2003.
3. **Киселев В. А.** Строительная механика. – М.: Стройиздат, 1986.
4. **СНиП II-23-81.** Стальные конструкции. – М.: Стройиздат, 1988.