УДК 621.822.6

А. В. Королев, д.т.н., проф., **О. П. Решетникова,** к.т.н., **Г. А. Семочкин,** магистрант, **А. С. Носков,** аспирант, Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина

E-mail: science7@bk.ru

Механизм воздействия на шарики в упорно-радиальном подшипнике комбинированной внешней нагрузки

Рассмотрен механизм воздействия на шарики в упорно-радиальном подшипнике комбинированной внешней нагрузки. Выявлено влияние угла контакта в упорно-радиальном подшипнике на распределение нагрузки между шариками.

Ключевые слова: подшипник, нагрузка.

A. V. Korolev, O. P. Reshetnikova, G. A. Semochkin, A. S. Noskov

Mechanisms of Influence on the Balls in the Thrust-Radial Bearing Combined External Load

The mechanism of influence on balls in thrust-radial bearings combined external load. The influence of the contact angle in the radial thrust- bearing load distribution between the balls.

Keywords: the bearing, the load.

Известно, что на упорные подшипники 1118-2902840, устанавливаемых в верхнюю опору передней стойки легковых автомобилей семейства ВАЗ, действует комбинированная нагрузка. Осевая составляющая этой нагрузки обычно существенно превышает радиальную нагрузку. Но не смотря на это радиальная нагрузка, оказывает значительное влияние на распределение нагрузки между телами качения, а следовательно, и на работоспособность подшипников. Поэтому эти подшипники должны изготавливаться не как упорные, т.е. с нулевым номинальным углом контакта, а как упорно-радиальные, имеющие угол контакта отличный от нуля. Очень важно, чтобы угол контакта в упорно-радиальных подшипниках выбирался не произвольно, а имел оптимальное значение, при котором нагрузка на шарики стремилась к минимальному значению.

К сожалению, до недавнего времени этому не придавалось должное значение. Даже в действующих стандартах не предусмотрено использование упорно-радиальных шариковых подшипников. Поэтому расчет влияния угла контакта в упорно-радиальном подшипнике на распределение нагрузки между шариками и оптимизация значения этого угла является актуальной задачей.

Механизм влияния комбинированной нагрузки на шарики в упорно-радиальном подшипнике гораздо более сложен, чем при воздействии однонаправленной нагрузки.

Для более полного представления механизма распределения внешней нагрузки между шариками сначала рассмотрим воздействие комбинированной нагрузки (радиальной и осевой) на подшипник.

Определим связь силы воздействия на произвольный шарик с возникающей под действием этой силы деформацией:

$$p_{si} = \left(\frac{\delta_{si}}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \qquad (1)$$

Силу p_{si}, действующую на i-ый шарик, разложим на две составляющие:

$$p_{ri} = \left(\frac{\delta_{si}}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sin\beta\,;$$

$$p_{oi} = \left(\frac{\delta_{si}}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos\beta\,, \qquad (2)$$

где p_{ri} и p_{oi}-соответственно радиальная и осевая составляющая нагрузки, действующая на i-ый шарик под действием внешней комбинированной нагрузки на подшипник.

Деформацию шарика (1), возникающую под действием нагрузки на шарик, также разложим на две составляющие:

$$\delta_{si} = \frac{\delta_{rRi} + \delta_{rA}}{\sin\beta}\,, \qquad (3)$$

где δ_{rA} - составляющая деформации шарика и дорожек качения, возникающей под действием осевой нагрузки на подшипник и действующая в радиальном направлении подшипника;

δ_{rRi} - составляющая деформации шарика и дорожек качения, возникающей под действием радиальной нагрузки на подшипник и действующая в радиальном направлении подшипника.

В соответствии с равенством (3) выражения (2) примут вид:

$$p_{ri} = \left(\frac{\delta_{rRi} + \delta_{rA}}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sin\beta\,;$$

$$p_{oi} = \left(\frac{\delta_{rRi} + \delta_{rA}}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos\beta\,. \qquad (4)$$

Как видно из выражения (4), деформация шариков и дорожек качения в радиальном и в осевом направлении связаны совместно с силами, действующими на шарик, как в диаметральной плоскости p_{ri} подшипника, так и в его осевом направлении p_{oi}. Так как эта связь не является линейной, то это существенно усложняет механизм влияния геометрических параметров подшипника на распределение нагрузки между шариками.

В ходе исследований было выявлено, что силы и деформации δ_{rA}, вызываемые действием осевой внешней силы, равны и направлены вдоль оси подшипника. Силы и деформации δ_{rRi}, вызванные действием радиальной внешней силы, имеют разное направление по окружности подшипника и различны по величине.

Зная деформацию дорожек и тел качения в диаметральной плоскости подшипника и проведения упрощений, получим:

$$p_{ri} = \left(\frac{\Delta \cdot \cos\varphi + \delta_{rA}}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sin\beta ;$$
$$p_{oi} = \left(\frac{\Delta \cdot \cos\varphi + \delta_{rA}}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos\beta . \tag{5}$$

Максимальные радиальная и осевая нагрузки на шарик, как следует из равенства (5), соответствует $\varphi = 0$:

$$p_{rb} = \left(\frac{\Delta + \delta_{rA}}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sin\beta$$
$$p_{ob} = \left(\frac{\Delta + \delta_{rA}}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos\beta , \tag{6}$$

а минимальные - $\varphi = \pi$:

$$p_{rm} = \left(\frac{\delta_{rA} - \Delta}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sin\beta$$
$$p_{om} = \left(\frac{\delta_{rA} - \Delta}{Kg} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos\beta . \tag{7}$$

Как видно из равенства (7), при действии на подшипник комбинированной нагрузки не всегда образуется зазор между дорожками качения и шариками, расположенными вне поля действия радиальной нагрузки, как это имеет место при действии чисто радиальной нагрузки. При

$$\delta_{rA} - \Delta \geq 0 \tag{8}$$

между всеми шариками и дорожками качения сохраняется контакт. Смещение внутреннего кольца под действием радиальной нагрузки компенсируется действием осевой нагрузки. Но при этом нагрузка на все шарики действует не равномерная.

Разделим равенства (6) на максимальные значения соответствующих нагрузок (7) и получим:

$$p_{ri} = p_{rb} \cdot \left(\frac{\Delta \cos \quad + \delta_{rA}}{\Delta + \delta_{rA}} \right)^{\frac{3}{2}};$$

(9)

$$p_{oi} = p_{ob} \cdot \left(\frac{\Delta \cos \quad + \delta_{rA}}{\Delta + \delta_{rA}} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

После операции суммирования равенств (9) по всем шарикам можно найти максимальные значения взаимно перпендикулярных нагрузок на шарики:

$$R = p_{rb} \cdot 2 \sum_{\phi=0}^{\pi} \left(\frac{\Delta \cos \phi + \delta_{rA}}{\Delta + \delta_{rA}} \right)^{\frac{3}{2}} \cos \phi;$$

(10)

$$A = p_{ob} \cdot 2 \sum_{\phi=0}^{\pi} \left(\frac{\Delta \cos \phi \ + \delta_{rA}}{\Delta + \delta_{rA}} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Угол φ для дальнейших расчетов необходимо выразить через порядковый номер шарика. Из равенства (10) получим:

$$R = p_{rb} \cdot 2 \sum_{i=1}^{\frac{z}{2}} \left(\frac{\Delta \cos(\phi_o + i \cdot \frac{2\pi}{z}) + \delta_{rA}}{\Delta + \delta_{rA}} \right)^{\frac{3}{2}} \cos(\phi_o + i \frac{2\pi}{z});$$

(11)

$$A = p_{oib} \cdot 2 \sum_{i=1}^{\frac{z}{2}} \left(\frac{\Delta \cos(\varphi_o + i \cdot \frac{2\pi}{z}) + \delta_{rA}}{\Delta + \delta_{rA}} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Вынесем изпод корня в выражениях (11) величину деформации δ_{rA} дорожек качения и шарика в радиальном направлении и обозначим:

$$c = \frac{\Delta}{\delta_{rA}}; \qquad (12)$$

Тогда равенство (11) примет вид:

$$R = p_{rb} \cdot 2 \sum_{i=1}^{z/2} \left(\frac{c \cdot cos(\ \varphi_o + i \cdot \frac{2\pi}{z}) + 1}{c + 1} \right)^{\frac{3}{2}} cos(\varphi_o + \mathrm{i} \frac{2\pi}{\mathrm{z}}) \ ; \qquad (13)$$

$$A = p_{ob} \cdot 2\sum_{i=1}^{z/2} \left(\frac{c \cdot (\varphi_o + i \cdot \frac{2\pi}{z}) + 1}{c+1} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Обозначим:

$$m_r = \frac{z \cdot (c+1)^{\frac{3}{2}}}{2\sum_{i=1}^{z/2} \left(c\cos(\varphi_o + i \cdot \frac{2\pi}{z}) + 1 \right)^{\frac{3}{2}} \cos(\varphi_o + \mathrm{i}\frac{2\pi}{z})};$$

$$m_a = \frac{z \cdot (c+1)^{\frac{3}{2}}}{2\sum_{i=1}^{z/2} \left(c\cos(\varphi_o + i \cdot \frac{2\pi}{z}) + 1 \right)^{\frac{3}{2}}}. \qquad (14)$$

Назовем m_r и m_a коэффициентами радиальной и осевой максимальной нагрузки на шарики. На основе (14) равенство (11) примет вид:

$$R = \frac{z \cdot p_{rb}}{m_r};$$

$$A = \frac{z \cdot p_{ob}}{m_a}. \qquad (15)$$

Если известно число шариков в подшипнике, то несложно определить значения коэффициентов максимальной нагрузки (14) суммированием значений косинуса. Но при этом надо учесть одно важное обстоятельство.

Если $\varphi_o = \pi/z$, то суммирование надо осуществлять по формулам (14). При $\varphi_o = 0$ к результату, стоящему под знаком суммы формулы (14), надо прибавить 1.

Но при большом количестве шариков от суммирования в равенствах (14) можно перейти к интегрированию:

$$m_r = \frac{z \cdot (c+1)^{\frac{3}{2}}}{2\int_{i=0}^{z/2} \cos\varphi \left(c \cdot \cos(i \cdot \frac{2\pi}{z}) + 1 \right)^{\frac{3}{2}} \cos(i \cdot \frac{2\pi}{z}) \cdot di}; \qquad (16)$$

Обозначим

$$x = i \cdot \frac{2\pi}{z}, \text{ тогда } di = \frac{z}{2\pi} \cdot dx.$$

При этом равенства (14) примут вид, удобный для интегрирования:

$$m_r = \frac{\pi \cdot (c+1)^{\frac{3}{2}}}{\int\limits_{\varphi=0}^{\pi} \cos\varphi \left(c \cdot \cos(\varphi)+1\right)^{\frac{3}{2}} \cos(\varphi) \cdot d\varphi};$$

$$m_a = \frac{\pi \cdot (c+1)^{\frac{3}{2}}}{\int\limits_{\varphi=0}^{\pi} \left(c \cdot \cos(\varphi)+1\right)^{\frac{3}{2}} \cdot d\varphi}. \qquad (17)$$

Из равенств (13) и (17) видно, что численные значения m_r и m_a зависят от неизвестного нам значения c, т.е. от отношения радиальной деформаций дорожек качения и максимально нагруженного шарика в радиальном направлении Δ к деформации δ_{rA} в радиальном направлении дорожек качения и наиболее нагруженного шарика от осевой нагрузки. В таблице 1 даны значения коэффициентов m_r и m_a от числа шариков в подшипнике и от значения c.

Из равенств (15) имеем:

$$p_{r\text{в}} = m_r \frac{R}{z \cdot \sin\beta};$$

$$p_{o\text{в}} = m_a \frac{A}{z \cdot \cos\beta}. \qquad (18)$$

На основе (18) определим:

$$\frac{m_r}{m_a} = \frac{A \cdot \sin\beta}{R \cdot \cos\beta}. \qquad (19)$$

Таблица 1

Таблица значений коэффициентов m_r, m_a и m_r/m_a

	n	c: 0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
m_r	5	∞	15,39	8,77	6,61	5,55	4,94	4,55	4,29	4,11	3,99	3,91
m_a		1	1,15	1,31	1,46	1,61	1,75	1,89	2,03	2,15	2,26	2,36
m_r/m_a		∞	13,36	6,72	4,53	3,45	2,82	2,40	2,12	1,91	1,76	1,66
m_r	10	∞	15,39	8,77	6,61	5,55	4,94	4,55	4,29	4,12	4,00	3,93
m_a		1	1,15	1,31	1,46	1,61	1,75	1,89	2,03	2,15	2,26	2,36
m_r/m_a		∞	13,36	6,72	4,53	3,45	2,82	2,40	2,12	1,92	1,77	1,67
m_r	∞	∞	15,39	8,77	6,61	5,55	4,94	4,55	4,29	4,12	4,00	3,93
m_a		1	1,15	1,31	1,46	1,61	1,75	1,89	2,03	2,15	2,26	2,36
m_r/m_a		∞	13,36	6,72	4,53	3,45	2,82	2,40	2,12	1,92	1,77	1,67

Как видно из таблицы 1, при $n > 5$ значения коэффициентов практически не зависят от числа шариков.

Напомним, что суммарную нагрузку, действующую на i шарик, можно представить в виде:

$$\overrightarrow{p_{si}} = \overrightarrow{p_{ri}} + \overrightarrow{p_{oi}},$$

Откуда

$$p_{si} = \sqrt{p_{ri}^2 + p_{oi}^2} = \left(\frac{\Delta \cdot \cos\varphi_i + \delta_{rA}}{k}\right)^{\frac{3}{2}}. \qquad (20)$$

В частности, если обозначим через p_{sb} - максимальное значение p_{si} нагрузки на шарик, то $p_{sb} = \sqrt{p_{rb}^2 + p_{ob}^2}$,

$$p_{sb} = \left(\frac{\Delta + \delta_{rA}}{k}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{m_r R}{z \cdot \sin\beta}. \qquad (21)$$

Определим:

$$\frac{m_r}{m_a} = \frac{A \cdot p_{rb}}{R \cdot p_{ob}} = \frac{A \cdot p_{ms} \cdot \sin\beta}{R \cdot p_{ms} \cdot \cos\beta} = \frac{A}{R} tg\beta \cdot$$

По табл. 1 из заданного отношения m_r/m_a и числа шариков n можно определить значения c, а в свою очередь и величины m_r и m_a. Тогда несложно найти максимальную нагрузку на шарик.

Пример: $A = 9950H$, $R = 1254$ Н, $\beta = 20^o$, $z = 46$.

$$\frac{m_r}{m_a} = \frac{9950 \cdot \sin 20^o}{1255 \cdot \cos 20^o} == 2{,}89$$

По табл. 1 находим $c = 0{,}48$. Тогда $m_r = 5{,}01$

$$p_{sb} = 5{,}01 \frac{1254}{46 \cdot \sin 20^0} = 400H.$$

При $\beta = 35^o$ $m_r/m_a = 5{,}56$, $m_r = 7{,}57$, а $p_{sb} = 360H$.

При $\beta = 50^o$ $m_r/m_a = 9{,}46$, $m_r = 11{,}4$, а $p_{sb} = 406H$.

Следовательно, диапазон углов контакта $20^o - 50^o$ слабо влияет на величину нагрузки на шарики. Но в этом диапазоне находится оптимальный угол контакта, обеспечивающий минимальную нагрузку на шарики.

Распределение внешней комбинированной нагрузки между шариками определим по формуле (7). С учетом равенства (12) получим:

$$p_{si} = m_a \frac{A}{z \cdot \cos\beta} \cdot \left(\frac{c \cdot \cos\varphi + 1}{c + 1}\right)^{\frac{3}{2}}. \qquad (22)$$

Таким образом, равенство (20) является решением поставленной задачи.

Выполненные исследования позволят подшипниковым и другим предприятиям предприятиям осуществлять расчет допустимых пределов колебания угла контакта в подшипниках при их производстве. Как было показано, при некоторых соотношениях осевых и радиальных нагрузках на подшипник, диапазон допустимых колебаний угла контакта очень велик, в то время как производители необоснованно затрачивают значительные материальные и трудовые ресурсы на обеспечение угла контакта в узком диапазоне его значений.

Результаты исследований будут полезны при разработке конструкций различных механизмов и машин, так как позволят более обоснованно определить эксплуатационные параметры опор качения, уменьшить затраты при производстве машин, повысить их надежность и долговечность.

Списоклитературы

1.**Stribeck R.** Kugellager fur beliebige Belastungen / R. Stribeck// Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure VDI Zeitschrift. Berlin, 1901. - Vol. 45, №3.-P. 73-79, 118-125.

2.**Решетов Д.Н.** Совместное действие на шариковые подшипники радиальной и осевой нагрузок / Д.Н. Решетов // Подшипник. 1939 №11.

3.**Белянчиков М.П.** Исследование основных силовых зависимостей в радиально-упорных шарикоподшипниках: Канд.дис. М.: 1961.

4. **Meldau E.** Druckverteilung in Radial-Rillenkugelager Werkst u Betrieb/ №87 (1954) Heft 2.