

УДК 621.822.6

А. В. Королев, д.т.н., проф., **О. П. Решетникова**, к.т.н., **Г. А. Семочкин**, магистрант, **А. С. Носков**, аспирант, Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина

E-mail: science7@bk.ru

Моделирование влияния радиальной нагрузки на упорно-радиальный подшипник

В статье рассмотрен вопрос распределения нагрузки между телами качения в упорно-радиальных подшипниках. Разработана математическая модель воздействия на подшипник внешней радиальной нагрузки.

Ключевые слова: подшипник, радиальная нагрузка.

A. V. Korolev, O. P. Reshetnikova, G. A. Semochkin, A. S. Noskov

Modeling the Influence of the Radial Load on the Thrust-Radial Bearing

The article considered the issue of load distribution between rolling elements in the radial thrust bearings. A mathematical model of the impact on the external radial load bearing.

Keywords: the bearing, the radial load.

Известно, что распределение нагрузки между телами качения в шариковых подшипниках оказывает существенное влияние на грузоподъемность и долговечность подшипника. Поэтому предпринимались многочисленные попытки решить эту задачу, однако строгое решение этой специфической контактной задачи пока не удавалось.

Для упорно - радиальных подшипников подобные исследования не проводились. Впрочем, отсутствует даже стандарт на практическое применение этих подшипников, хотя некоторые фирмы в своих автомобилях успешно используют упорно-радиальные подшипники

Для нахождения рационального угла контакта в упорно-радиальном подшипнике разработаем математическую модель механизма распределения внешней нагрузки между шариками.

Решение этого вопроса является важной задачей, так как позволяет оптимизировать геометрические параметры подшипника и существенно повысить несущую способность и долговечность подшипников.

Для нахождения рационального угла контакта в упорно-радиальном

подшипнике разработаем математическую модель механизма распределения внешней нагрузки между шариками.

На рис. 1 изображена конструкция упорно-радиального подшипника качения.

Упорно-радиальный подшипник состоит из пары противоположно расположенных колец 1 и 2, имеющих дисковую форму, и расположенные между ними шарики 3. Дорожки качения имеют круговую форму профиля с радиусами r_{g1} и r_{g2} . Диаметры дорожек качения $D1$ и $D2$ проходят через центры радиусов профиля и имеют у кольца 1 и кольца 2 разную величину: $D1 \neq D2$. Поэтому точки контакта шариков с профилями дорожек качения кольца 1 и кольца 2 располагаются на боковой поверхности дорожек качения с разной стороны от оси симметрии шариков. В результате этого линия контакта, соединяющая две противоположные точки контакта каждого шарика с дорожками качения, располагается под углом контакта β относительно оси шарика, параллельной оси вращения подшипника.

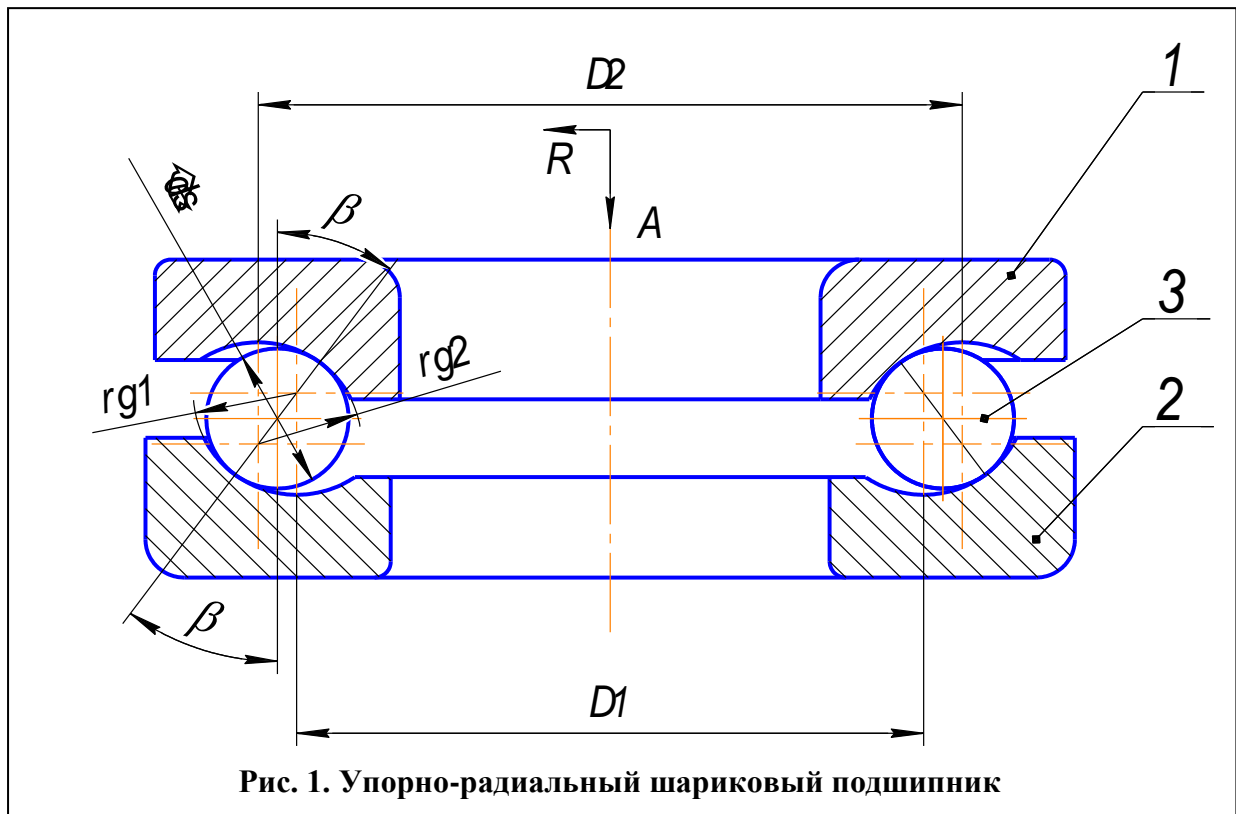


Рис. 1. Упорно-радиальный шариковый подшипник

Упорно-радиальные подшипники используют в тех случаях, когда на подшипник действуют произвольно направленные нагрузки. Эти нагрузки обычно раскладывают на 2 составляющие: осевую A , действующую вдоль оси вращения подшипника (рис.1), и радиальную R , действующую в радиальном направлении подшипника. Нагрузки A и R передаются на шарики, которые взаимодействуют с дорожками качения.

Внешние нагрузки A и R вызывают радиальное и осевое перемещения верхнего кольца 1 относительно нижнего кольца 2. Эти

перемещения возникают за счет упругой деформации зоны контакта шариков и дорожек качения.

На рис. 2 приведена увеличенная часть зоны контакта шарика с дорожками качения. Обозначим осевую нагрузку, действующую в точке контакта шарика и дорожки качения, через p_o , а радиальную нагрузку p_r .

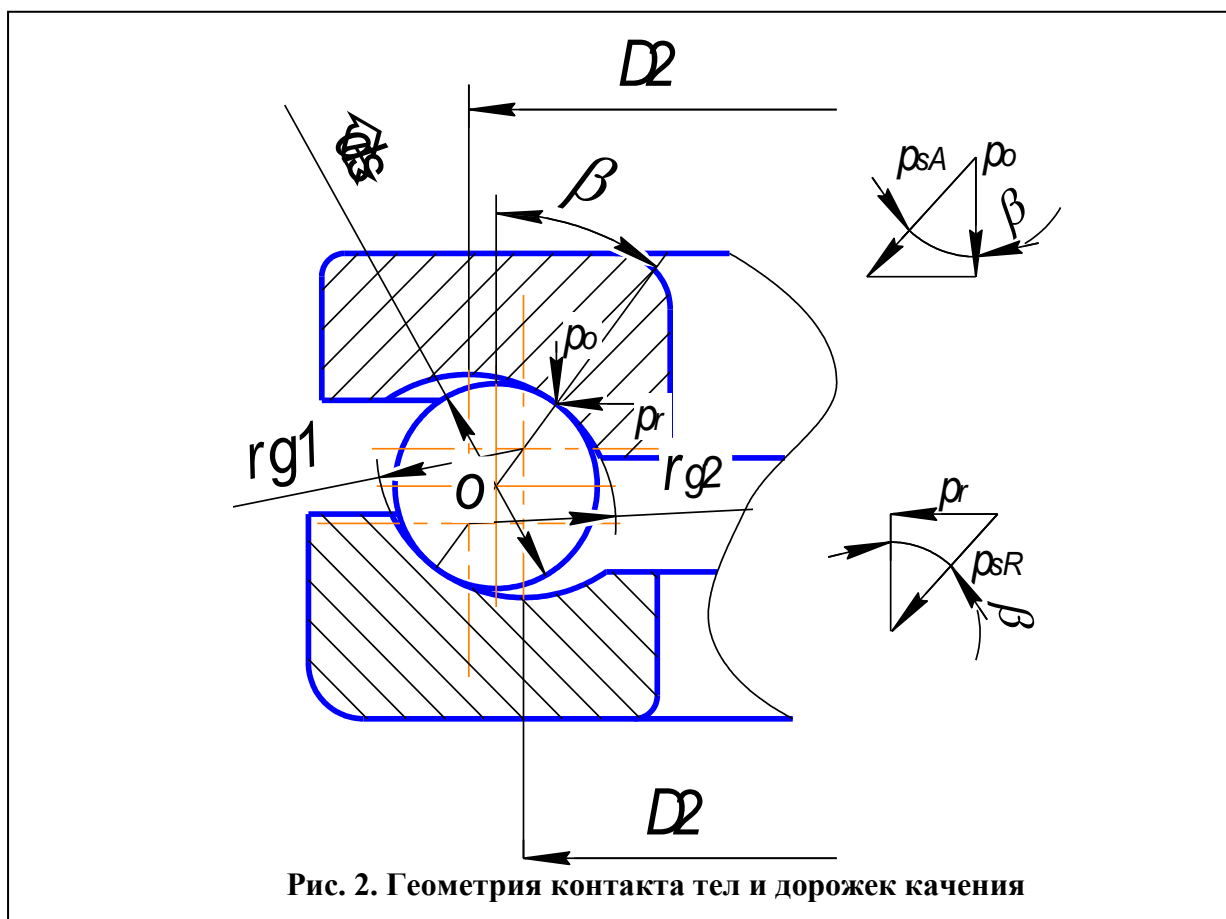


Рис. 2. Геометрия контакта тел и дорожек качения

Примем следующие допущения:

1. Деформация колец под действием внешней нагрузки пренебрежимо мала по сравнению с локальной деформацией тел и дорожек качения.

2. Локальная деформация тел и дорожек качения является упругой и подчиняется закономерностям теории упругости.

3. Осевая нагрузка на подшипник превышает радиальную нагрузку и обеспечивает непрерывный контакт всех тел качения с дорожками качения так, что осевой и радиальный зазоры в подшипнике отсутствуют.

4. Угол контакта тел и дорожек качения в подшипнике постоянный и пренебрежимо мало зависит от деформации тел и дорожек качения.

Для более полного представления механизма распределения внешней нагрузки между шариками рассмотрим индивидуальное воздействие на подшипник радиальной нагрузки.

При действии чисто радиальной нагрузки на подшипник по линии контакта шариков, находящихся в поле действия этой нагрузки, вдоль линии контакта возникает сила, равная (рис. 3):

$$P_{sRi} = \frac{P_{Ro} \cdot \cos \varphi}{\sin \beta}, \text{ при } -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}, \quad (1)$$

где φ - угол расположения шарика относительно направления действия радиальной нагрузки (рис.3).

P_{Ro} - максимальная нагрузка, действующая на шарик, расположенный под углом $\varphi=0$;

P_{sRi} - нагрузка, действующая на i -ый шарик вдоль линии его контакта с дорожками качения, вызванная частью внешней радиальной нагрузки $P_{Ri} = P_{Ro}$, приходящейся на этот шарик.

Под действием нагрузки P_{sRi} между шариками и дорожками качения возникает упругая деформация, равная:

$$\delta_{sRi} = K_g \cdot \sqrt[3]{P_{sRi}^2}, \quad (2)$$

где δ_{sRi} - деформация i -ого шарика с дорожками качения первого и второго колец от действия радиальной нагрузки;

Если разложить силу $P_{sRi} = P_{sRo} \cdot \cos \varphi$ (1), действующую вдоль линии контакта, на две составляющие, то получим:

$$\begin{aligned} P_{rRi} &= P_{sRi} \cdot \sin \beta; \\ P_{oRi} &= P_{sRi} \cdot \cos \beta, \end{aligned} \quad (3)$$

где P_{rRi} - составляющая нагрузки на i -ый шарик, возникающая под действием радиальной нагрузки на подшипник и действующая в радиальном направлении подшипника;

P_{oRi} - составляющая нагрузки на i -ый шарик, возникающая под действием радиальной нагрузки на подшипник и действующая в осевом направлении подшипника.

Соответственно и величину деформации шарика и дорожек качения можно разложить на две составляющие:

$$\begin{aligned} \delta_{rRi} &= \delta_{sRi} \cdot \sin \beta = K_g \sqrt[3]{\frac{P_{rRi}^2}{\sin^2 \beta}} \cdot \sin \beta; \\ \delta_{oRi} &= \delta_{sRi} \cdot \cos \beta = K_g \sqrt[3]{\frac{P_{rRi}^2}{\sin^2 \beta}} \cdot \cos \beta. \end{aligned} \quad (4)$$

где δ_{rRi} - составляющая деформации шарика и дорожек качения, возникающей под действием радиальной нагрузки на подшипник и действующая в радиальном направлении подшипника;

δ_{oRi} - составляющая деформации i -ого шарика и дорожек качения, возникающей под действием радиальной нагрузки на подшипник и

синусов находим:

$$\sin B = \sin(180 - \varphi) \cdot \frac{2 \cdot \Delta}{D_n}. \quad (8)$$

Подставляя выражения (7) и (8) в равенство (6), определим:

$$\begin{aligned} MO_v^2 &= \Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} - \Delta \cdot D_n \cdot \cos(\varphi - B) = \\ &= \Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} - \Delta \cdot D_n \cdot (\cos \varphi \cdot \cos B + \sin \varphi \cdot \sin B) = \\ &= \Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} - \Delta \cdot D_n \cdot \left(\cos \varphi \cdot \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \Delta^2}{D_n^2} \sin^2 \varphi} - \frac{2 \cdot \Delta}{D_n} \sin^2 \varphi \right). \end{aligned} \quad (9)$$

На основе равенства (9) приведем выражение (5) к следующему виду:

$$\delta_{rRi} = ds \cdot \sin \beta + \left(\frac{D_v}{2} - \sqrt{\Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} - \Delta \cdot D_n \cdot \left(\cos \varphi \cdot \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \Delta^2}{D_n^2} \sin^2 \varphi} - \frac{2 \cdot \Delta}{D_n} \sin^2 \varphi \right)} \right). \quad (10)$$

Величина δ_{rRi} является радиальной составляющей той деформации, которая осуществляется в зоне контакта шарика и дорожки качения под действием радиальной нагрузки R. Подставляя найденное значение δ_{rRi} деформации тел и дорожек качения в диаметральной плоскости в равенства (3), определим:

$$P_{rRi} = \left(\frac{ds \cdot \sin \beta + \left(\frac{D_v}{2} - \sqrt{\Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} - \Delta \cdot D_n \cdot \left(\cos \varphi \cdot \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \Delta^2}{D_n^2} \sin^2 \varphi} - \frac{2 \cdot \Delta}{D_n} \sin^2 \varphi \right)} \right)}{K_g \cdot \sqrt[3]{\sin \beta}} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (11)$$

Равенства (11) позволяют определить условие равновесия сил, действующих в диаметральной плоскости подшипника. Так как радиальную нагрузку воспринимают только те тела качения, которые расположены в направлении действия этой нагрузки ($-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$), то:

$$R = 2 \sum_{i=1}^{z/4} P_{rRi} \cdot \cos \varphi, \quad (12)$$

то подставляя в (12) значения радиальной нагрузки, действующей на шарик (11), определим:

$$R = 2 \sum_{i=1}^{z/4} \left(\frac{ds \cdot \sin \beta + \left(\frac{D_v}{2} - \sqrt{\Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} + \Delta \cdot D_n} \cdot \left(\cos \varphi \cdot \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \Delta^2}{D_n^2} \cdot \sin^2 \varphi} - \frac{2 \cdot \Delta}{D_n} \cdot \sin^2 \varphi \right) \right)}{K_g \cdot \sqrt[3]{\sin \beta}} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos \varphi \quad (13)$$

Выражение (13) чрезвычайно громоздко и неудобно в применении. Поэтому сделаем попытку его упростить. Для этого выразим правые части равенств (13) через нагрузку, которая действует на самый нагруженный шарик. Как было отмечено выше она имеет место при $\varphi = 0$:

$$PrRo = \left(\frac{ds \cdot \sin \beta + \left(\frac{D_v}{2} - \sqrt{\Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} - \Delta \cdot D_n} \right)}{K_g \cdot \sqrt[3]{\sin \beta}} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos \varphi \quad (14)$$

Уравнение равновесия подшипника, выраженное через максимальное значение нагрузки на шарик, примет вид:

$$R = 2 PrRo \sum_{i=1}^{z/4} \left(\frac{ds \cdot \sin \beta + \left(\frac{D_v}{2} - \sqrt{\Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} - \Delta \cdot D_n} \cdot \left(\cos \cdot \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \Delta^2}{D_n^2} \cdot \sin^2} - \frac{2 \cdot \Delta}{D_n} \cdot \sin^2 \right) \right)}{ds \cdot \sin \beta + \left(\frac{D_v}{2} - \sqrt{\Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} - \Delta \cdot D_n} \right)} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos \varphi \quad (15)$$

Из рис. 3

$$D_n = (D_v + 2 \cdot d_s \sin \beta).$$

Тогда

$$R = 2 PrRo \sum_{i=1}^{z/4} \left(\frac{\frac{D_n}{2} - \sqrt{\Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} + \Delta \cdot D_n} \cdot \left(\cos \cdot \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \Delta^2}{D_n^2} \cdot \sin^2} - \frac{2 \cdot \Delta}{D_n} \cdot \sin^2 \right)}{\frac{D_n}{2} - \sqrt{\Delta^2 + \frac{D_n^2}{4} - \Delta \cdot D_n}} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos \varphi \quad (16)$$

После преобразования выражения (16):

$$R = 2 PrRo \sum_{i=1}^{z/4} \left(\frac{1 - \sqrt{1 + \frac{4 \Delta^2}{D_n} - \frac{4 \Delta}{D_n}} \cdot \left(\cos \cdot \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \Delta^2}{D_n^2} \cdot \sin^2} - \frac{2 \cdot \Delta}{D_n} \cdot \sin^2 \right)}{1 - \sqrt{1 + \frac{4 \Delta^2}{D_n} - \frac{4 \Delta}{D_n}}} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos \varphi \quad (17)$$

Упростим выражение (17). Учитывая, что Δ мало по сравнению со значением D_n , то можно определить, что величина $4 \cdot \Delta^2 / D_n^2$ имеет второй порядок малости по сравнению с единицей. Поэтому этой величиной можно пренебречь. В результате соответствующих преобразований получим:

$$R = 2 p_{rRo} \sum_{i=1}^{z/4} \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{4\Delta}{D_n} \cdot \cos \varphi}}{1 - \sqrt{1 - \frac{4\Delta}{D_n}}} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos \varphi \quad (18)$$

Величина $4 \cdot \Delta / D_n$ имеет первый порядок малости. Поэтому выражение под квадратным корнем можно разложить в ряд и ограничиться двумя первыми членами ряда. Тогда при $4 \cdot \Delta / D_n \leq 0,1$ с погрешностью менее 10% равенство (18) примет вид:

$$R = 2 p_{rRo} \sum_{i=1}^{z/4} (\cos \varphi)^{\frac{5}{2}} \quad (19)$$

Угол φ для дальнейших расчетов необходимо выразить через порядковый номер шарика:

$$\varphi = \varphi_o + i \cdot \frac{2 \cdot \pi}{z}, \quad 0 \leq \varphi_o < \frac{\pi}{z} \quad (20)$$

где φ_o - угол расположения шарика, располагающегося на минимальном расстоянии от направления действия радиальной нагрузки справа от оси OY .

С учетом выражения (20) равенство (19) примет вид:

$$R = 2 p_{mr} \sum_{i=1}^{z/4} \left(\cos \left(\varphi_o + i \cdot \frac{2\pi}{z} \right) \right)^{\frac{5}{2}} \quad (21)$$

Обозначим

$$m = \frac{z}{2 \sum_{i=0}^{z/4} \cos \left(\varphi_o + i \cdot \frac{2 \cdot \pi}{z} \right)^{\frac{5}{2}}} \quad (22)$$

где m - коэффициент максимальной нагрузки на шарики от действия радиальной силы R .

С учетом (22) и равенства (21) определим величину максимальной нагрузки на шарики:

$$p_{rRo} = m \cdot \frac{R}{z \cdot \sin \beta} \quad (23)$$

Если известно число шариков в подшипнике, то не сложно решить

равенства (22) суммированием значений косинуса. Но при большом количестве шариков от суммирования можно перейти к интегрированию:

$$m = \frac{z}{2 \cdot \int_0^{\frac{z}{2}} \left(\cos\left(i \cdot \frac{2\pi}{z}\right) \right)^{\frac{5}{2}} \cdot di} \quad (24)$$

Обозначим

$$x = i \cdot \frac{2\pi}{z}, \text{ тогда } di = \frac{z}{2\pi} \cdot dx.$$

При этом равенство (24) примет вид удобный для интегрирования:

$$m = \frac{\pi}{\int_0^{\frac{z}{2}} \left(\cos\left(x \cdot \frac{2\pi}{z}\right) \right)^{\frac{5}{2}} \cdot dx} \quad (25)$$

После интегрирования имеем:

$$m = 3,731. \quad (26)$$

Таким образом, при действии на подшипник только радиальной нагрузки максимальная величина нагрузки на шарик равна:

$$P_{rRo} = m \cdot \frac{R}{z \cdot \sin \beta}, \quad (27)$$

а распределение радиальной нагрузки между шариками соответствует выражению (1):

$$P_{rRi} = m \cdot \frac{R \cdot \cos \varphi}{z \cdot \sin \beta} \text{ при } -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}; \quad (28)$$

$$P_{sRi} = 0 \text{ при } -\frac{\pi}{2} \geq \varphi \geq \frac{\pi}{2}.$$

Коэффициент максимальной нагрузки m подсчитан путем интегрирования. Но это не дает точного значения при небольшом количестве шариков в подшипнике. Точные значения коэффициента максимальной нагрузки m в зависимости от числа шариков в подшипнике приведено в таблице 1.

Таблица 1

Значения коэффициента m максимальной нагрузки на шарик в зависимости от числа z шариков в подшипнике

z	8	12	16	20	24	28	32	36	40	48
m	2,816	3,200	3,431	3,586	3,697	3,780	3,845	3,897	3,940	4,005

Как видно из равенства (28), под действием радиальной нагрузки шарик испытывают различную нагрузку в зависимости от угла их расположения φ . Наибольшую нагрузку испытывает шарик,

расположенный под углом $\varphi=0$. С увеличением угла φ нагрузка на шарики от действия радиальной внешней нагрузки уменьшается и становится равной нулю при $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$. При $-\frac{\pi}{2} \geq \varphi \geq \frac{\pi}{2}$ шарики не испытывают воздействия радиальной нагрузки на подшипник.

Равенства (27) и (28) также показывают, что с возрастанием значения угла контакта в подшипнике β нагрузка на шарики уменьшается.

Минимальная нагрузка на шарики возникает при угле контакта $\beta = \frac{\pi}{2}$.

Таким образом, в ходе проведения исследований выявили влияние радиальной нагрузки на упорно-радиальный подшипник с углом контакта β .

Список литературы

1. **Stribeck R.** Kugellager für beliebige Belastungen / R. Stribeck // Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure VDI Zeitschrift. Berlin, 1901. - Vol. 45, №3.-P. 73-79, 118-125.

2. **Решетов Д.Н.** Совместное действие на шариковые подшипники радиальной и осевой нагрузок / Д.Н. Решетов // Подшипник. 1939 №11.

3. **Белянчиков М.П.** Исследование основных силовых зависимостей в радиально-упорных шарикоподшипниках: Канд. дис. М.: 1961.

4. **Meldau E.** Druckverteilung in Radial-Rillenkugellager Werkst u Betrieb/ №87 (1954) Heft 2.