УДК 621.914.1

Т. М. Мендебаев, д.т.н., проф., **А. З. Габдуллина,** к.т.н., доц., Казахский национальный технический университет им. К.И. Сатпаева, г. Алматы

E-mail:aiman.22.66@mail.ru

Возникновение остаточных напряжений и их влияние на точность обработки заготовок на станках

Описано теоретическое обоснование взаимосвязи деформации тонкостенных цилиндрических оболочек от действия остаточных напряжении возникающих после механической обработки. Использована энергетическая теория устойчивости упругих оболочек.

Ключевые слова: напряжение, деформаций, точность обработки, допуски, посадки, размерные цепи.

T. M. Mendebaev, A. Z. Gabdullina

The Studyof Residual Stresses andTheir Influenceon the Accuracy ofProcessing Work Pieceson Machine Tools

The theoretical ground of intercommunication of deformation of the thin-walled cylindrical shells from action of remaining tension with arises up after mechanical treating, is described. The energy theory of stability of resilient shells are used.

Keywords: tension, deformations, exactness of treatment, admittances, landings, size chains.

Изменения геометрии (деформации) деталей типа тонкостенных цилиндрических оболочек происходят в том случае, когда после их обработки на поверхностях возникнут остаточные напряжения.

Остаточные напряжения в поверхностном слое деталей могут быть радиальные, осевые и окружные.

Установлено, что величина радиальных остаточных напряжений невелика. По данным отечественных, и зарубежных исследователей она составляет всего 2-4% от величины окружных напряжений. Поэтому считаем, что после механической обработки имеет место плоское или двухосное напряженное состояние. Согласно исследованиям осевые остаточные напряжения практически не вызывают искажения формы поперечного сечения оболочки, поэтому их действие не принимаются во внимание.

При построении технологического процесса механической обработки тонкостенных деталей весьма важно, чтобы эпюры окружных остаточных напряжений получались такими, при которых величина деформации оболочки не превышала допуска на диаметральный размер оболочки.

Характер эпюр окружных остаточных напряжении определяется условиями проведения операции механической обработки и зависит в основном, от неравномерности припуска, от неодинаковой текстуры материала, от изменения формы зерен и их размеров, а также от нарушениями целостности материала поверхностного слоя. На эпюру напряжений оказывают влияния также фазовые превращения, происходящие в материале поверхностного слоя с течением времени.

Указанные факторы приводят к локализации в поверхностном слое деталей значительных величин остаточных напряжений.

Как показали исследования, наиболее характерными отклонениями формы поперечного сечения оболочки являются овальность, трехгранник, четырехгранник и др.

Теоритическая задача установления зависимости между окружным остаточным напряжением и искажением формы оболочки выполнена энергетическим методом с использованием разрешающих уравнений упругой устойчивости целиндрических оболочек.

Полная энергия целиндрической оболочкий Э состоит из:

$$Э = U_c + U_U - W, \tag{1}$$

где U_c- потенциальная энергия деформаций срединой поверхности оболочки;

U_U - потенциальная энергия изгиба поперечного сечения оболочки;

W - работа внешних сил (остаточных напряжений).

Потенциальные энергии деформации срединной поверхности U_c и изгиба поперечного сечения U_U оболочки определяются по формулам:

$$U_C = \frac{h}{2E}\iint\left[\nabla^4\Phi - (1-\mu)L(\Phi,\Phi)\right]dxdy, \tag{2}$$

$$U_u = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}\iint\left[(\nabla^2\omega) - (1-\mu)L(\omega,\omega)\right]dxdy, \tag{3}$$

здесь h - толщина стенки оболочки; E -модуль упругости материала; μ- коэффициент Пуассона; ∇^2-оператор Лапласса; $L(\Phi,\Phi)$-оператор, зависящий от функции напряжений; $L(\omega,\omega)$- оператор, зависящий от поля прогиба; x, y-координаты вдоль длины и окружности оболочки соответственно.

Работа внешних сил определяется по формуле:

$$W = q\iint_F \omega \cdot dx \cdot dy \tag{4}$$

где q – равномерно распределленное поперечное давление, эквивалентное по действию окружным остаточным напряжениям.

Для вычисления потенциальных энергий U_c и U_U оболочки раскроем операторы, стоящие в формулах (2) и (3) применительно для цилиндрической оболочки.

Двойной оператор Лапласса ∇^4 по функции напряжений запишем в виде:

$$\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2 \delta^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta^2}{\partial y^2} \right)^2 \tag{5}$$

Оператор $L(\Phi, \Phi)$ запишем в виде:

$$L(\Phi, \Phi) = 2\left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right], \tag{6}$$

Оператор Лапласса ∇^2 по функции напряжений ω запишем в виде

$$\nabla^2 \omega = \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \tag{7}$$

Оператор $L(\omega, \omega)$ запишем в виде

$$L(\omega, \omega) = 2\left[\frac{\partial^2 \omega}{dx^2} + \frac{\partial^2 \omega}{dy} \right], \tag{8}$$

Поставив выражения (5), (6), (7), (8) в формулы (2) и (3) находим:

$$U_c = \frac{h}{2E} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left\{ \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_2} \right)^2 - 2(1+\mu)\left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right] \right\} dx \partial y, \tag{9}$$

$$U_u = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \left\{ \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\mu)\left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right] \right\} dxdy, \tag{10}$$

Для вычисления U_c и U_U необходимо, основываясь на результатах исследования, задать математически аппроксимирующее выражение для прогиба ω.

Аппроксимирующее выражение для прогиба ω выберем в виде:

$$\omega = f\left(\sin \frac{ny}{R} + \sin^2 \frac{\pi x}{L} \right) \tag{11}$$

Это решение удовлетворяют начальным условиям, т.е. при:

$$x = 0, \omega = f \sin \frac{ny}{R}$$

$$x = \frac{L}{2}, \omega = f\left(\sin \frac{ny}{R} + 1 \right),$$

$$x = L, \omega = f\left(\sin \frac{ny}{R} \right).$$

В формуле (11): f-стрела прогиба в результате искажения формы поперечного сечения оболочки; n- число полных волн искаженной поверхности вдоль окружности.

В частном случае, при $n=2$ получается овальная форма (рис.2). Определяем вторые производные $\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}$ прогиба по координатам Х,У:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}=\frac{1}{2}f\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2\cos\frac{2\pi x}{L}, \\ &\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}=-\left(\frac{n}{R}\right)^2 f\sin\frac{ny}{R} \\ &\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}=0 \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Определяем потенциальную энергию срединной поверхности оболочки U_c. Функцию напряжений Ф, входящую в выражения для U_c находим, воспользовавшись известным уравнением совместности деформации .

Применительно для цилиндрических оболочек это уровнение имеет следующий вид;

$$\frac{1}{E}\nabla^4\Phi=-\frac{1}{2}L(\omega,\omega)-\frac{1}{R}\frac{\partial^2\omega}{dx^2} \quad (13)$$

Вычесляя оператор $L(\omega,\omega)$ по формуле (1.8), находим;

$$L(\omega,\omega)=-f^2\frac{4\pi^2n^2}{L^2R^2}\sin\frac{ny}{R}\cos\frac{\pi x}{L}, \quad (14)$$

Подставляя формулы (12) и (14) в правую часть уравнения (13) получим:

$$\frac{1}{E}\nabla^4\Phi=f^2\frac{2\pi^2n^2}{L^2R^2}\sin\frac{ny}{R}\cos\frac{2\pi x}{L}-\frac{1}{R}f\frac{2\pi^2}{L^2}\cos\frac{2\pi x}{L}, \quad (15)$$

Интеграл этого выражения будет:

$$\frac{1}{E}\Phi=f^2A\cdot A_1\sin\frac{ny}{R}\cos\frac{2\pi x}{L}-f\frac{L^2}{8\pi^2R}\cos\frac{2\pi x}{L}-\sigma_\theta^*\cdot\frac{x^2}{2E}, \quad (16)$$

Введены обозназначния:

$$A=\frac{2\pi^2n^2}{L^2R^2}, A_1=\left(\frac{L}{2\pi}\right)^4+\left(\frac{R}{n}\right)^4+\left(\frac{RL}{2\pi\cdot n}\right)^2$$

Определяем частные производные функции напряжений по X и

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -EAA_1 f^2 \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \cdot \sin\frac{ny}{R}\cos\frac{2\pi x}{L} + f\,\frac{L}{2R}\cos\frac{2\pi x}{L} - \sigma_\theta^*,\\
\text{У:}\ &\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -EAA_1 f^2 \left(\frac{n}{R}\right)^2 \cdot \sin\frac{ny}{R}\cos\frac{2\pi x}{L},\\
&\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = -EAA_1 f^2\,\frac{n}{R}\,\frac{2\pi}{L} \cdot \cos\frac{ny}{R} \cdot \sin\frac{2\pi x}{L}
\end{aligned}
\right\} \qquad (17)
$$

Подставляя выражения (15) и (17) в уравнение (9) получим, что $U_c = 0$.

Это объясняется тем, что нами выбрано выражение для прогиба ω, которое дает пологую овальность без образования локальных вмятин на образующей оболочке. В случае искажения формы оболочки в пологую овальность можно считать энергию деформации серединной поверхности ничтожно малой по сравнению с энергей изгиба.

Вычисляем потенциальную энергию изгиба поперечного сечения оболочки U_u. Для этого формулу (12) подставим в выражение (10) для энергии U_u и после подстановки переделов интегрирования, получим:

$$U_u = \frac{Eh^3}{12\left(1-\mu^2\right)} f^2 \left(\frac{4\pi^4}{L^4} + \frac{n^4}{R^4}\right)\pi RL \qquad (18)$$

Вычесляем работу остаточных напряжений . Для этого подставим (11) в выражение (4) и получим:

$$W = qf \int_0^L \int_0^{2\pi r} \left(\sin\frac{ny}{R} + \sin\frac{2\pi x}{L}\right) dxdy \qquad (19)$$

Интегрировав и подставив пределы, находим:

$$W = qf\pi RL \qquad (20)$$

Между внешним давлением q и остаточным окружным напряжением σ_θ имеется зависимость

$$\sigma_\theta^* = q\frac{R}{h} \qquad (21)$$

После подстановки (21) в (20), получим:

$$W = \sigma_\theta h f \pi L \qquad (22)$$

Полная энергия оболочки будет равна:

$$Э = \frac{Eh^3}{12\left(1-\mu^2\right)} f^2 \left(\frac{4\pi^4}{L^4} + \frac{n^4}{R^4}\right)\pi RL - \sigma_\theta^* h f \pi L. \qquad (23)$$

Минимизируем полную энергию $Э$ по прогибу f:

$$\frac{\partial Э}{\partial f} = 0 \qquad (24)$$

Выражение (24) означает, что оболочка прогнется до такого прогиба f, при котором ее потенциальная энергия будет минимальной. Как известно, при минимальной энергии всякий материал находится в равновесном состоянии.

Используя это условие, определяем завимость прогиба f, от окружных остаточных напряжений, размеров оболочки и физико-механических свойств материала детали.

$$f = \frac{6\sigma_\theta^*\left(1-\mu^2\right)h}{E\left[4(\pi R)^4 / L^4 + n^4\right]}\left(\frac{R}{h}\right)^3 \tag{25}$$

Если оболочка обработана с 2-х сторон с разными окружными остаточными напряжениями $\sigma_{\theta 1}$ и $\sigma_{\theta 2}$, то выражение (25) примет вид:

$$f = \frac{6\left(\sigma_{\theta 1} - \sigma_{\theta 2}\right)\left(1-\mu^2\right)h}{E\left[4(\pi R)^4 / L^4 + n^4\right]} \cdot \left(\frac{R}{h}\right)^3 \tag{26}$$

Проведенный анализ и полученные формулы позволяют сделать следующие выводы:

1. Потеря точности цилиндрической оболочки зависит от физико-механических свойств материала, размеров оболочки и возникающих остаточных напряжний;
2. Путем создания равных велечин и одинаковых знаков напряжений возможно значительно уменьшить или устранить деформацию оболочки.
3. Полученные зависимсти позволяют научно обосновать концепцию разработки отделочно-стабилизирующей технологии обработки тонкостенных деталей, применение которой позволяет уменьшить их деформации.
4. Предложенный подход позволяет выявить критические значения остаточного напряжения, которое выводит форму оболочки из состояния равновесия или проводят к разупрочнению и возникновению трещин на вновь обработанной поверхности детали.

Список литературы

1.**Технология** машиностроения: Учебник для вузов (под.ред. А.В. Мухина,А.М. Дальского, Г.Н. Мельникова) – М; МВТУ им. Н.Э.Баумана. –1998.– т.1-360с. – т.2-350 с.

2.**Технология** машиностроения, в 2 ч.: Учебник для студ. Учреждений сред.проф.образования/ В.Ю.Новиков. – М.: Издательский центр «Академия». –2011.ч.1 – 384 с., ч.2 – 351с.

3.**Основы** технологии машиностроения: учебник/ В.А. Тимирязев, А.А. Кутин, А.Г. Схиртладзе – М.: ГОУ ВПО МГТУ «Станкин».–2011.